

ترجمة تعليمية غير رسمية إلى العربية

أمامكم ترجمة إلى العربية لامتحان البجروت العبري، بأسلوب النماذج العربية الرسمية، للتدرب. النص الأصلي: 035572 (شتاء 2023). حقوق الطبع لنص الامتحان الأصلي لدولة إسرائيل - وزارة التربية والتعليم. هذه الترجمة ليست نسخة رسمية، وعند أي اختلاف يُعتمد النص العبري الأصلي.

ترجمة وإعداد: الأستاذ خالد خطيب · رياضيات مع خالد · mathbagrut.com

نوع الامتحان: بجروت

موعد الامتحان: شتاء 2023

رقم النموذج: 35572

ملحق: لوائح قوانين ل 5 وحدات تعليمية

الرياضيات

المناهج الجديد

5 وحدات تعليمية - النموذج الثاني

تعليمات

- أ. مدّة الامتحان: ساعتان وربع.
- ب. مبني النموذج وتوزيع الدّرجات: في هذا النموذج فصلان، فيهما خمسة أسئلة:
- الأول: هندسة تحليلية، متجهات، حساب مثلثات في الفراغ، أعداد مركبة.
- الثاني: تزايد وتناقص، دوالّ قوى، دوالّ أسية ولوغاريتمية.
- أجيبوا عن ثلاثة أسئلة حسب اختياركم، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل؛ لكلّ سؤال $33\frac{1}{3}$ درجة، والمجموع 100 درجة.
- ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
- (1) حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانية أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.
- (2) لوائح قوانين (مرفقة بالنموذج الأصلي).
- د. تعليمات خاصّة:
- (1) لا تنسخوا السؤال؛ اكتبوا رقه فقط.
- (2) يجب البدء بحلّ كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة خطوات الحلّ في دفتر الامتحان، حتّى عندما تجري الحسابات بواسطة الحاسبة.
- يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسودة" في رأس كلّ صفحة تُستعمل كمسودة.

كتابة مسودة في أوراق خارج دفتر الامتحان قد تؤدي إلى إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

نتمنّى لكم النّجاح!

الأسئلة

انتبهوا: فسّروا كلّ خطواتكم، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبشكل واضح.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
أجبوا عن ثلاثة من الأسئلة 1-5، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل (لكلّ سؤال - 33 1/3 درجة).
انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من ثلاثة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الثلاث الأولى التي في دفتركم.

1. الفصل الأول - هندسة تحليلية، متجهات، حساب مثلثات في الفراغ، أعداد مركبة

معطى قطع ناقص معادلته $1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2}$ ، حيث b بارامتر موجب. معلوم أنّ البؤرتين تقعان على محور x .

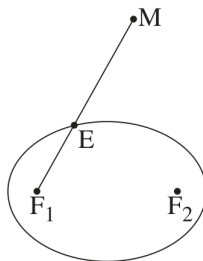
نرمز إلى نقطتي تقاطع القطع الناقص مع محور y بـ D_1, D_2 ، وإلى البؤرة اليسرى بـ F_1 واليمنى بـ F_2 . معطى أنّ الرباعيّ $F_1D_1F_2D_2$ مربع.

أ. (1) جدوا قيمة b .

(2) احسبوا مساحة المربع $F_1D_1F_2D_2$.

عوضوا $b^2 = 4.5$ في معادلة القطع الناقص، وأجيبوا عن ب-د.

النقطة E هي نقطة ما على القطع الناقص. نصل البؤرة اليسرى F1 بـ E بمستقيم، ونمدّ المستقيم إلى M بحيث $EM = EF_2$ (انظروا الرسم).



ب. أثبتوا أنَّ المحلَّ الهندسيَّ لجميع النقاط M هو دائرة، واكتبوا معادلتها.

تزيح الدائرة التي وجدتموها في ب إلى اليمين بـ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ وحدة، فنحصل على دائرة أخرى. نضرب الإحداثيَّ y لكل نقطة عليها في $\frac{2}{3}$ ، فنحصل على منحنى جديد.

ج. حدّدوا شكل المنحنى الجديد وجدوا معادلته.

معطى مثلث رأسان منه هما نقطتا تقاطع المنحنى الجديد مع محور x، والرأس الثالث يقع أيضاً على المنحنى.

د. جدوا أكبر مساحة ممكنة للمثلث، وعلّلوا إجابتكم.

2. معطى المستويان Π_1 و Π_2 :

$$\Pi_1: (k + 2)x + y + (k + 1)z + 11 = 0$$

$$\Pi_2: (k + 1)x + y + z - 5 = 0$$

حيث k بارامتر.

أ. فسّروا لماذا بالضرورة يتقاطع المستويان.

معلوم أنّ مستقيم التقاطع ℓ_1 بين المستويين يوازي المستقيم:

$$\ell_2: x = (1, 2, -1) + m(-1, k, k)$$

ب. (1) جدوا قيمة k .

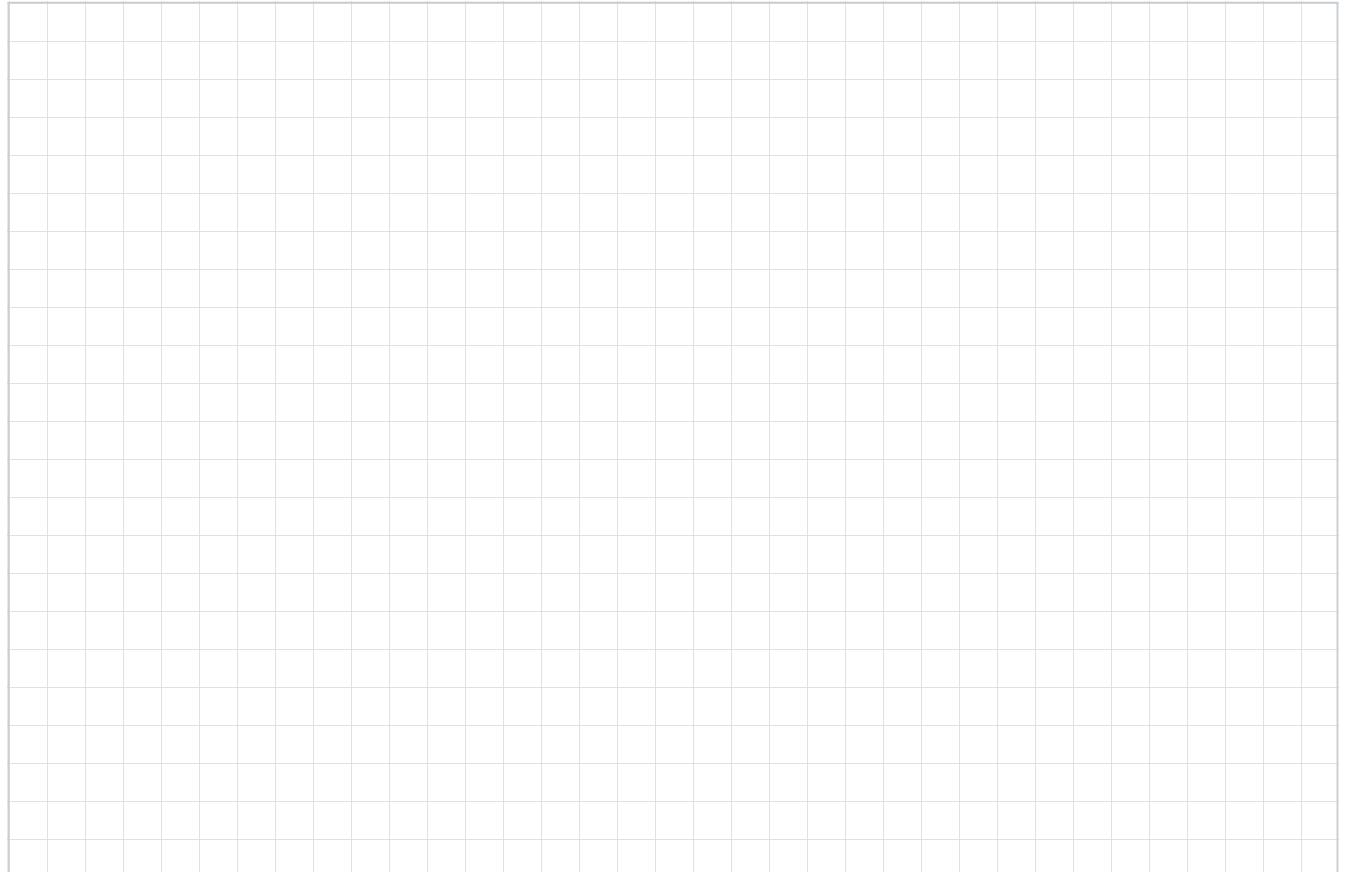
(2) جدوا تمثيلاً بارامترياً للمستقيم ℓ_1 .

(3) جدوا الزاوية بين المستويين Π_1 و Π_2 .

تقع P على ℓ_1 وعلى المستوى $[yz]$. النقطتان A و B هما تقاطعا محور y مع Π_1 و Π_2 على الترتيب.

ج. (1) جدوا إحداثيات P, A, B .

(2) جدوا مساحة المثلث APB .



3. معطى المعادلة $w^6 = -27$ ، I: حيث w عدد مركب.

أ. حلّوا المعادلة I.

معطى المعادلة $(z + \frac{\sqrt{3}}{2}i)^6 = -27$ ، II: حيث z عدد مركب.

ب. (1) استعينوا بحلول I واكتبوا حلول II بالتمثيل الجبري.

(2) فسّروا لماذا النقاط في مستوى غاوس التي تمثّل حلول II تقع على دائرة، وجدوا معادلتها.

(3) أثبتوا أنّ جميع حلول II تمثّل رؤوس مسدّس منتظم في مستوى غاوس.

معطى أنّ الحلّين التخيليين والحلّين الحقيقيين للمعادلة II يمثلون رؤوس رباعيّ في مستوى غاوس.

ج. (1) ما نوع الرباعيّ الناتج؟ علّوا إجابتكم.

(2) جدوا النسبة بين مساحة المسدّس ومساحة الرباعيّ.

4. الفصل الثاني - تزايد وتناقص، دوالّ قوى، دوالّ أُسيّة ولوغاريتمية

$$f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 5e^x + 4}$$

أ. جدوا مجال تعريف $f(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب العمودية على المحاور.

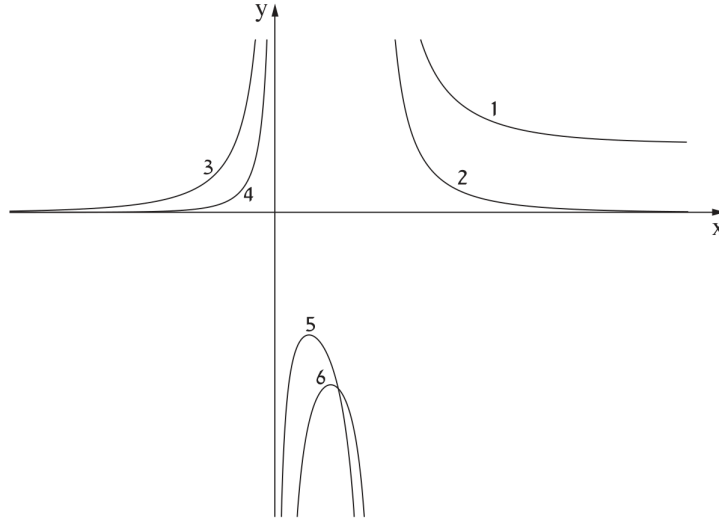
(3) جدوا مجالات التصادم والتناقص للدالة.

$$g(x) = \frac{5e^x}{e^{2x} - 5e^x + 4}$$

معطى الدالة $f(x)$ نفسه.

ب. جدوا إحداثيات نقطة تقاطع رسميّ $f(x)$ و $g(x)$.

أمامكم رسماً الدالتين. كلّ جزء من الرسمين مرقّم برقم مختلف.



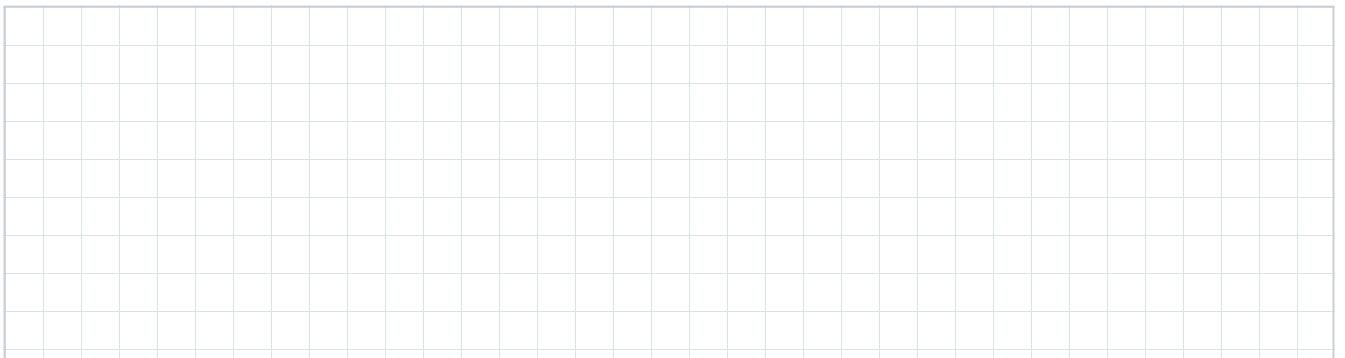
ج. اكتبوا الدالة التي ينتمي إليها كلّ جزء مرقّم، وعلّوا.

د. حدّدوا هل كلّ تعبير من الآتي سالب أم موجب، وعلّوا دون حساب:

$$I. \int_{-4}^{-1} (f(x) - g(x)) dx$$

$$II. \int_{\ln(8/5)}^{\ln 2} (f(x) - g(x)) dx$$

هـ. احسبوا المساحة المحصورة بين رسميّ $f(x)$ و $g(x)$ والمستقيمين $x = \ln 9$ و $x = \ln 16$.



5. معطى الدالة $f(x) = 4x(\ln(x^2) - 1)$.

- أ. (1) جدوا مجال تعريف $f(x)$.
 (2) جدوا إحداثيات تقاطع رسم $f(x)$ مع محور x .
 (3) أثبتوا أن الدالة فردية.

- ب. (1) جدوا إحداثيات نقاط النهاية القصوى وحددوا نوعها.
 (2) هل توجد نقاط التواء للدالة؟ عللوا إجابتكم.
 (3) ارسموا رسماً تقريبياً لـ $f(x)$.

معطى الدالة $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

- ج. (1) جدوا مجال تعريف $g(x)$.
 (2) جدوا معادلات خطوط التقارب العمودية على المحاور.
 (3) ارسموا رسماً تقريبياً لـ $g(x)$.
 (4) في كم نقطة يتقاطع الرسمان؟ عللوا إجابتكم.

د. اكتبوا مثلاً لدالة أصلية للدالة $g(x)$.