

ترجمة تعليمية غير رسمية إلى العربية

أمامكم ترجمة إلى العربية لامتحان البجروت العبري، بأسلوب النماذج العربية الرسمية، للتدرب. النص الأصلي: 035572 (صيف 2022، الموعد ب). حقوق الطبع لنص الامتحان الأصلي لدولة إسرائيل - وزارة التربية والتعليم. هذه الترجمة ليست نسخة رسمية، وعند أي اختلاف يُعتمد النص العبري الأصلي.

ترجمة وإعداد: الأستاذ خالد خطيب · رياضيات مع خالد · mathbagrut.com

نوع الامتحان: بجروت

موعد الامتحان: صيف 2022، الموعد ب

رقم النموذج: 35572

ملحق: لوائح قوانين ل 5 وحدات تعليمية

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد تعليمات خاصة. يجب الإجابة وفقاً لهذه التعليمات.

الرياضيات

المناهج الجديد

5 وحدات تعليمية - النموذج الثاني

تعليمات

- أ. مدّة الامتحان: ساعتان وربع.
 - ب. مبني النموذج وتوزيع الدرجات: في هذا النموذج فصلان، فيما خمسة أسئلة: الأول: هندسة تحليلية، متجهات، حساب مثلثات في الفراغ، أعداد مركبة. الثاني: تزايد وتناقص، دوال قوى، دوال أسية ولوغاريتمية. أجبوا عن ثلاثة أسئلة حسب اختياركم، على الأقل عن سؤال واحد من كلّ فصل؛ لكل سؤال $33\frac{1}{3}$ درجة، والمجموع 100 درجة.
 - ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
 - (1) حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.
 - (2) لوائح قوانين (مرفقة بالنموذج الأصلي).
 - د. تعليمات خاصة:
 - (1) لا تنسخوا السؤال، اكتبوا رقه فقط.
 - (2) يجب البدء بحلّ كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة خطوات الحلّ في دفتر الامتحان، حتّى عندما تجري الحسابات بواسطة الحاسبة.
- يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسودة" في رأس كلّ صفحة تُستعمل كمسودة. كتابة مسودة في أوراق خارج دفتر الامتحان قد تؤدي إلى إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فردي.

نتمنى لكم النجاح!

الأسئلة

انتبهوا: فسّروا كلّ خطواتكم، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبشكل واضح.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
أجبوا عن ثلاثة من الأسئلة 1-5، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل (لكلّ سؤال - 33 1/3 درجة).
انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من ثلاثة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الثلاث الأولى التي في دفتركم.

1. الفصل الأول - هندسة تحليلية، متجهات، حساب مثلثات في الفراغ، أعداد مركبة

معطى النقطتان $A(-5, 3)$ و $B(0, -2)$.

أ. جدوا معادلة المحل الهندسيّ لمراكز الدوائر التي تكون القطعة AB وترّاً فيها.
الدائرة M هي إحدى الدوائر التي يكون AB وترّاً فيها. نقطتا تقاطع M مع محور x هما يؤرثا قطع ناقص معادلته قياسيّة.

ب. جدوا إحداثيات مركز M ونصف قطرها.

معطى أن طول المحور الرئيسي للقطع الناقص مساوٍ لطول قطر الدائرة M .

ج. ما معادلة القطع الناقص؟

نرمز بـ F إلى البؤرة اليمنى للقطع الناقص. مستقيم عموديّ على محور x يمرّ بالبؤرة اليسرى، ويقطع القطع الناقص في Q وT، والدائرة M في K وL.

د. جدوا النسبة بين مساحة المثلث KLF ومساحة المثلث TQF.

2. معطى هرم OABC قاعدته المثلث ABC. نرمز: $\vec{w} = \vec{OC}$ ، $\vec{v} = \vec{OB}$ ، $\vec{u} = \vec{OA}$.
معطى: $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$ ، $|\vec{u}| = |\vec{v}| = |\vec{w}|$. النقطة H تحقق $\vec{OH} = t\vec{u} + s\vec{v} + k\vec{w}$ ، حيث
t , s , k بارامترات. معطى أنّ $\vec{OH}$ عمودي على القاعدة ABC.
أ. أثبتوا أنّ $t = s = k$.
تقع M في القاعدة ABC، وهي نقطة التقاء متوسطات القاعدة.
ب. أثبتوا أنّ $\vec{OM} = \frac{1}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v} + \frac{1}{3}\vec{w}$ ، وفسّروا لماذا OM ارتفاع الهرم على القاعدة ABC.
تقع P على المستقيم ℓ الذي يقع عليه الارتفاع على ABC.
ج. عبّروا بدلالة w ، v ، u عن المتجه OP الذي يكون عنده حجم الهرم PABC ضعف حجم OABC (إمكانيتان).
نضع الهرم في جهاز محاور. تقع O في نقطة الأصل، A على الجزء الموجب من محور x، و B على الجزء الموجب من محور y، و C على الجزء الموجب من محور z. معطى: $|\vec{u}| = a$.
د. جدوا التمثيل البارامترى للمستقيم ℓ الذي تقع عليه القطعة OP.
هـ. عبّروا بدلالة a عن معادلة المستوى ABC.
و. معطى أنّ حجم OABC هو $20\frac{5}{6}$. احسبوا a.

3. العدد $z = R(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ يقع في الربع الثالث في مستوى غاوس. معطى:

$$\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

أ. جدوا α .

معطى:

$$|2iz| + \left| \frac{\bar{z}}{i} \right| - \left| \frac{z}{\bar{z}} \right| = 8$$

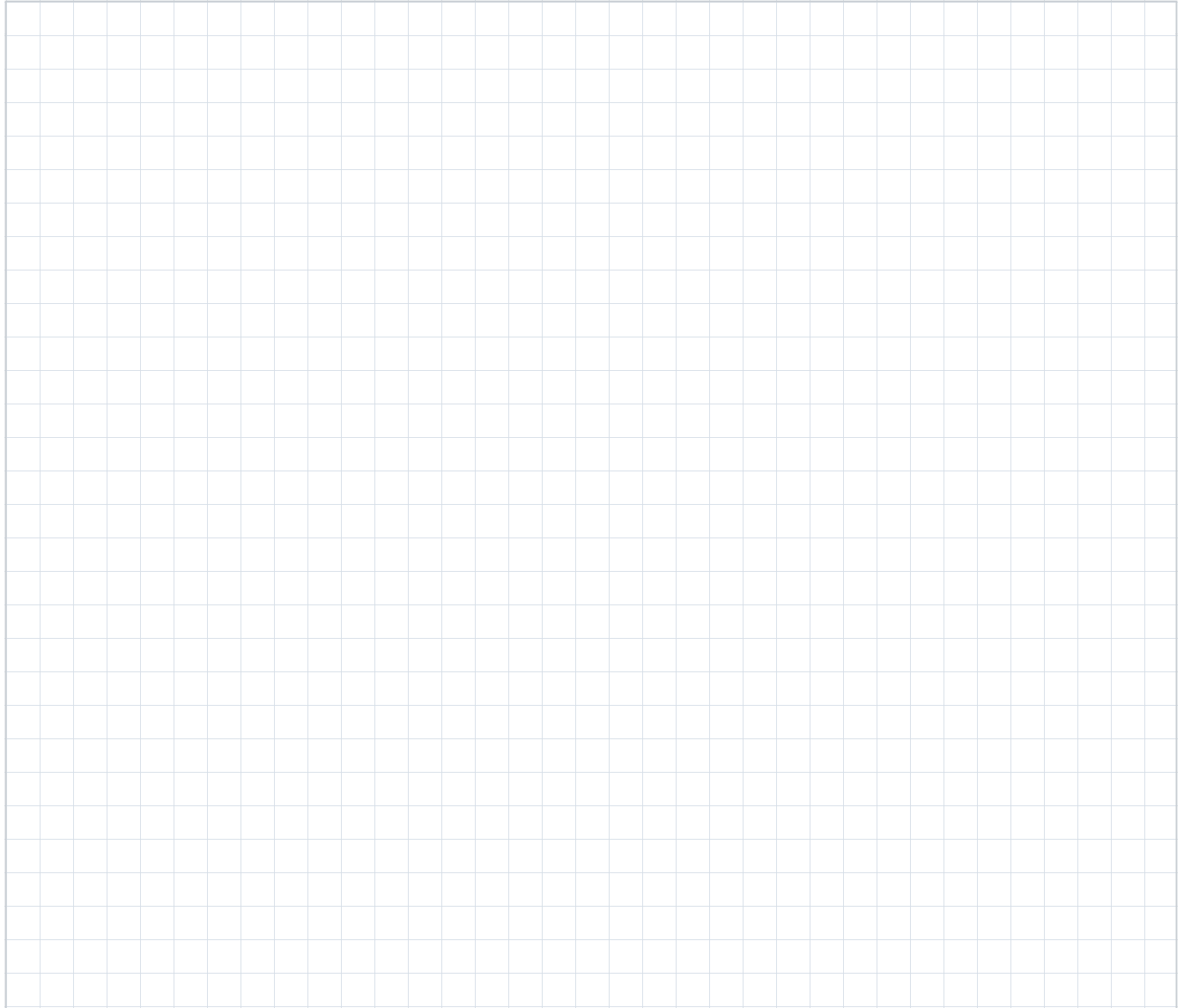
ب. جدوا R .

ج. معطاة المعادلة $w^9 = \frac{z^3}{27}$ ، حيث z هو العدد الذي وجدتموه. بينوا أن العدد $\frac{z}{\bar{z}}$ هو أحد حلول المعادلة.

د. المثلث ABC متساوي الساقين. رأسا القاعدة B و C يمثلان العددين $\frac{z}{\bar{z}}$ و $\frac{\bar{z}}{z}$. الرأس A يمثل العدد $z + k$ ، حيث k عدد تخيليّ صرف.

(1) ما قيمة k ؟

(2) احسبوا مساحة الرباعيّ $ABOC$ ، حيث O نقطة أصل المحاور.



4. الفصل الثاني - تزايد وتناقص، دوال قوى، دوال أُسيّة ولوغاريتمية

معطى الدالة $f(x) = x^2 e^a - x^3$ ، المعرفة لكل x ، حيث a بارامتر.

- أ. (1) جدوا المجال الذي تكون فيه $f(x)$ موجبة.
(2) جدوا الإحداثيات x لنقاط النهاية القصوى وحددوا نوعها.

معطى أنّ المساحة المحصورة بين رسم دالة المشتقة $f'(x)$ ومحور x هي $\sqrt[3]{\frac{4e}{9}}$.

ب. جدوا قيمة a .

عوضوا $a = 1$ وأجيبوا عن ج-ه.

ج. ارسموا رسماً تقريبياً للدالة $f(x)$.

الدالة $f(x)$ هي مشتقة الدالة $g(x)$ ، أي $g'(x) = f(x)$.

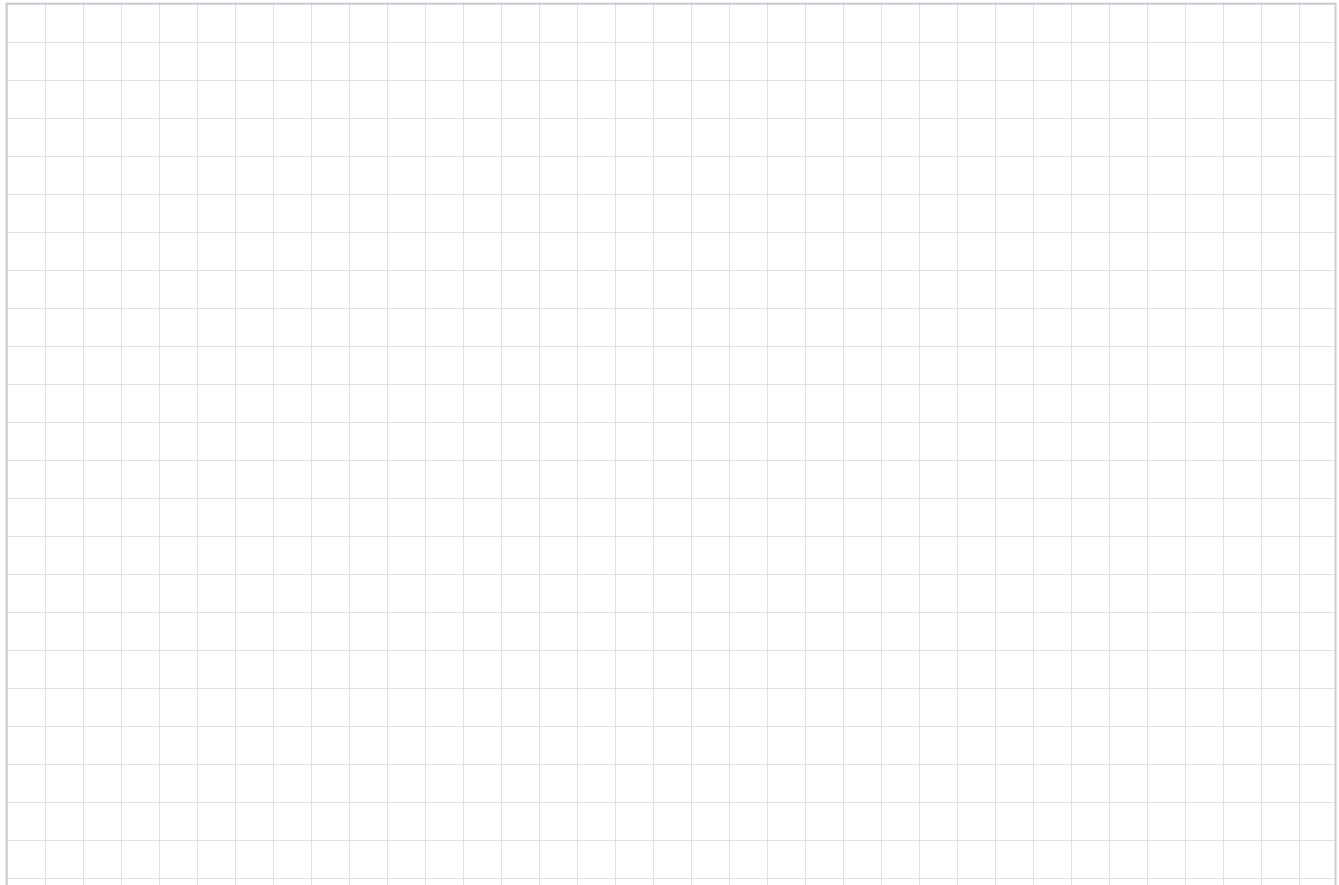
د. (1) ما مجال تصاعد $g(x)$ ؟ علّوا.

(2) كم نقطة التواء توجد لـ $g(x)$ ؟ علّوا.

نرمز بـ B إلى نقطة الالتواء التي تكون عندها قيمة $g(x)$ الأعلى بين جميع نقاط التواءها. معطى أنّ الإحداثي y للنقطة

$$B \text{ هو } \frac{e - \sqrt[3]{e}}{3}.$$

ه. جدوا الدالة $g(x)$.



5. معطى الدالة $f(x)$ التي تحقق الصفات الآتية: معرفة ومستمرة لكل x ؛ فردية؛ المستقيم $y = 0$ خط تقارب لها؛ ولها نقطة صغرى وحيدة إحداثياتها $(-1, -a)$ ، حيث a بارامتر موجب.
- أ. ارسموا رسماً تقريبياً ممكناً للدالة $f(x)$.
- معطى الدالة $h(x) = \ln(f(x))$.
- ب. (1) جدوا مجال تعريف $h(x)$.
- (2) جدوا معادلات خطوط التقارب العمودية على المحاور للدالة $h(x)$ ، إن وجدت.
- (3) جدوا مجال قيم a الذي يقطع فيه رسم $h(x)$ محور x في نقطتين.
- (4) ارسموا رسماً تقريبياً لـ $h(x)$ إذا علمتم أن رسمها يقطع محور x في نقطتين.

معطى: $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, الدالة $g(x)$ تحقق $g'(x) = f(x)$ و $g(0) = 0$.

- ج. (1) جدوا $g(x)$.
- (2) هل $g(x)$ زوجية أم فردية أم ليست زوجية وليست فردية؟ علّوا.

أمامكم التكامل $\int_{-5}^t g(x) \, dx$ ، حيث $t > -5$.

د. ما قيمة t التي تحقق $\int_{-5}^5 g(x) dx = 2 \cdot \int_{-5}^t g(x) dx$ ؟ علّلوا.