

ترجمة تعليمية غير رسمية إلى العربية

أمامكم ترجمة إلى العربية لامتحان البجروت العبري، بأسلوب النماذج العربية الرسمية، للتدرب. النص الأصلي: 035571 (شتاء 2024). حقوق الطبع لنص الامتحان الأصلي لدولة إسرائيل - وزارة التربية والتعليم. هذه الترجمة ليست نسخة رسمية، وعند أي اختلاف يُعتمد النص العبري الأصلي.

ترجمة وإعداد: الأستاذ خالد خطيب · رياضيات مع خالد · mathbagrut.com

نوع الامتحان: بجروت

موعد الامتحان: شتاء 2024

رقم النموذج: 35571

ملحق: لوائح قوانين ل 5 وحدات تعليمية

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد تعليمات خاصة. يجب الإجابة وفقاً لهذه التعليمات.

الرياضيات

المنهاج الجديد

5 وحدات تعليمية - النموذج الأول

تعليمات

- أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات ونصف.
- ب. مبني النموذج وتوزيع الدرجات: في هذا النموذج أربعة فصول، فيها ثمانية أسئلة:
الأول: أسئلة قصيرة. الثاني: متتاليات واحتمال.
الثالث: هندسة وحساب مثلثات في المستوى.
الرابع: تفاضل وتكامل لكثيرات الحدود ولدوال الجذر ولدوال النسبية والمثلثية.
أجيبوا عن أربعة أسئلة، على الأقل عن سؤال واحد من كل من الفصول الثاني والثالث والرابع؛ لكل سؤال 25 درجة، والمجموع 100 درجة.
- ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
(1) حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.
(2) لوائح قوانين (مرفقة بالنموذج الأصلي).
- د. تعليمات خاصة:
(1) لا تنسخوا السؤال؛ اكتبوا رقه فقط.
(2) يجب البدء بحلّ كل سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة خطوات الحلّ في دفتر الامتحان، حتّى عندما تجري الحسابات بواسطة الحاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسودة" في رأس كل صفحة تُستعمل كمسودة.
كتابة مسودة في أوراق خارج دفتر الامتحان قد تؤدي إلى إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

نتمنى لكم النجاح!

الأُسْلة

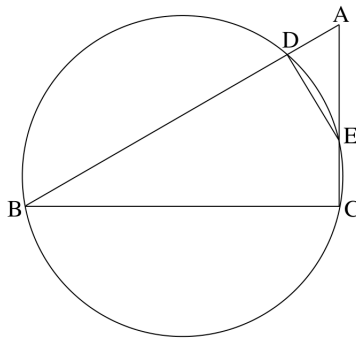
أجيبوا عن أربعة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ من الفصول الثاني والثالث والرابع (لكلّ سؤال 25 درجة). إذا أجبت عن أكثر من أربعة أسئلة، تُفحص الإجابات الأربع الأولى فقط.

1. الفصل الأول - أسئلة قصيرة

أ. أثبتوا بالاستقراء أو بأي طريقة أخرى أنه لكل عدد طبيعي زوجي n تتحقق:

$$48 + 144 + 288 + \dots + 6n(n + 2) = n(n + 2)(n + 4)$$

ب. الرباعي BCED محصور في دائرة. يلتقي امتداد الوتر BD وامتداد الوتر CE في A (انظروا الرسم). معطى: $AD = CE$ ، $AE = 2CE$



(1) أثبتوا أن $\triangle AED \sim \triangle ABC$.

$$(2) \quad \text{جدوا النسبة } \frac{AB}{AC}$$

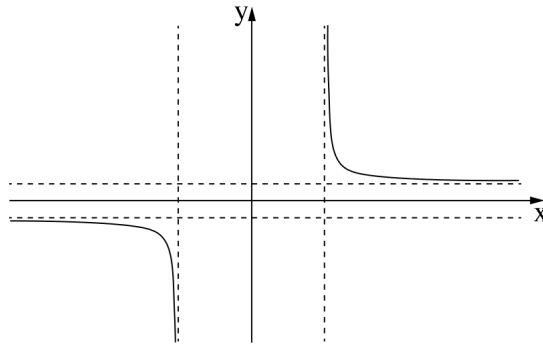
(3) معطى: $\angle DEC = 150^\circ$. هل BE قطر في الدائرة المعطاة؟ علّلوا إجاباتكم.

البندان ج ود في الصفحتين التاليتين.

1. تابع السؤال 1 - البند ج

ج. أمامكم رسم الدالة $f(x)$. لها خطّا تقارب عموديان على محور x وخطّا تقارب عموديان على محور y . أحد التعابير الآتية يصفها:

$$\begin{array}{ll} \text{I. } \frac{x}{\sqrt{(x^2 + 16)}} & \text{II. } \frac{x}{\sqrt{(x^2 - 16)}} \\ \text{III. } \frac{x^2}{\sqrt{(x^2 + 16)}} & \text{IV. } \frac{x^2}{\sqrt{(x^2 - 16)}} \end{array}$$

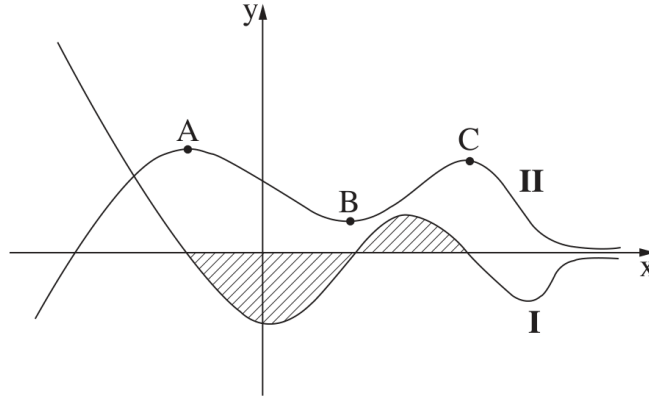


(1) حدّدوا التعبير الذي يصف $f(x)$ ، وعلّلوا اختياركم.

(2) معطى الدالة $g(x)$ المعرفة في مجال تعريف $f(x)$ نفسه. مشتقتها تحقق $g'(x) = f(x) + \frac{5}{3}$. جدوا مجالات التصادم والتناقص للدالة $g(x)$.

1. تابع السؤال 1 - البند د

د. الرسمان I-II يصفان الدالة $f(x)$ ومشتقتها $f'(x)$. جميع نقاط النهاية القصوى للدالتين ظاهرة في الرسم.



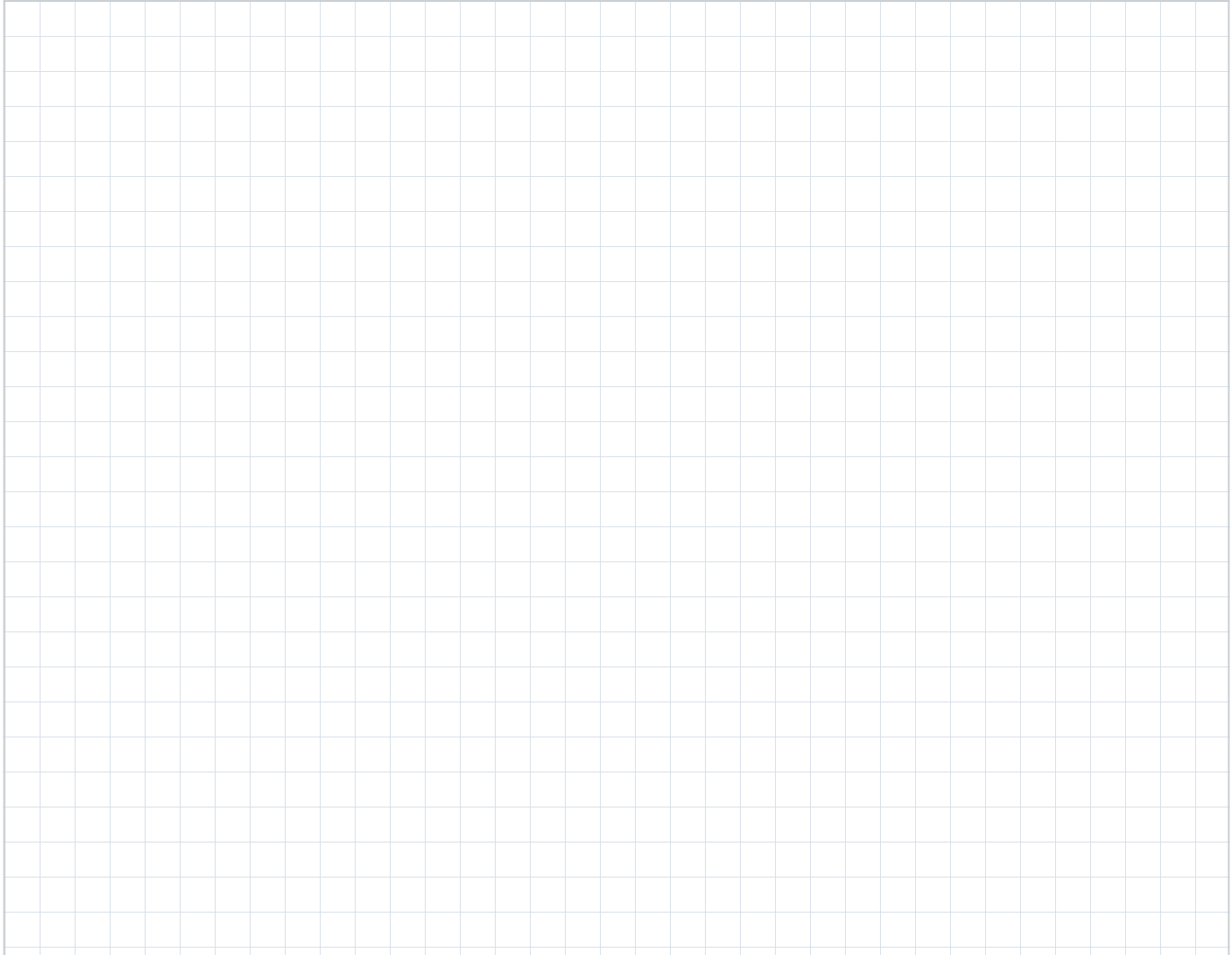
(1) حدّدوا أيّ الرسمين يصف $f(x)$ ، وعلّلوا.

(2) كم نقطة التواء توجد للدالة $f(x)$ ؟ علّلوا.

النقاط A , B , C هي نقاط النهاية القصوى للرسم II. معطى: $y_A = 6$ ، $y_B = 2$. المساحة المحصورة بين

الرسم I ومحور x، المظللة بخطوط في الرسم، تساوي 7.

(3) جدوا الإحداثي y للنقطة C.



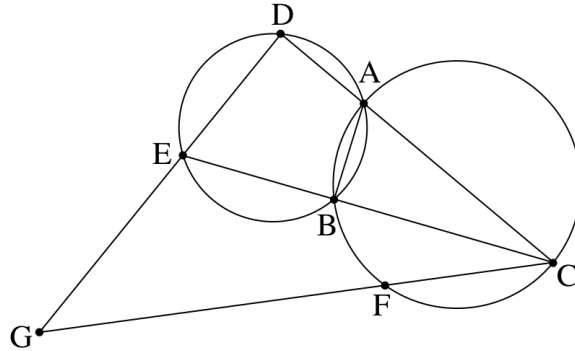
2. الفصل الثاني - متتاليات واحتمال

- في متتالية حسابية A معطى: $a_1 = -4 - 4k$, $a_3 = -16 + 2k$, حيث k بارامتر.
- أ. جدوا قيم k التي تكون عندها المتتالية A: (1) متصاعدة؛ (2) متناقصة؛ (3) ثابتة. معطى أن $a_{17} = -232$.
- ب. جدوا قيمة k.
- عوضوا قيمة k التي وجدتموها، وأجيبوا عن ج-د.
- معطى متتالية جديدة B حدودها معرفة لكل عدد طبيعي n بالشكل $b_n = a_n + 24n + 17$.
- ج. أثبتوا أن B متتالية حسابية.
- د. احسبوا المجموع $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \dots + b_{29}^2 - b_{30}^2$.

3. في بلدة معينة تقرر إجراء استطلاع حول إنشاء حديقة عامة. شارك فيه سكان بالغون وشبان فقط. كتب كل مشارك هل يؤيد إنشاء الحديقة أم يعارضه، ولم يمتنع أحد. جميع البالغين المشاركين أيّدوا إنشاء الحديقة. نختار عشوائياً مشاركاً واحداً. نرمز بـ p إلى احتمال أن يكون شاباً، وبـ k إلى احتمال أن يكون مؤيداً للحديقة. أ. عبّروا بدلالة p و k عن احتمال أن يكون المشارك المختار شاباً مؤيداً للحديقة. نصف الشبان المشاركين أيّدوا إنشاء الحديقة، و $\frac{3}{7}$ من المؤيدين كانوا شباناً. ب. جدوا p و k . ج. اختار يوسي، مراسل أخبار محليّ، ستّة شبّان مشاركين عشوائياً لإجراء مقابلات. ما احتمال أن يكون واحد منهم على الأقلّ مؤيداً، وواحد على الأقلّ معارضاً؟ د. بعد ذلك اختار يوسي خمسة مشاركين عشوائياً، الواحد تلو الآخر. ما احتمال أن يكون ثلاثة منهم بالضبط شبّاناً، وأن يكون الأخير شاباً؟

4. الفصل الثالث - هندسة وحساب مثلثات في المستوى

نقاط دوائر في A و B. تقع C على الدائرة اليمنى. يقطع امتدادا CA و CB الدائرة اليسرى في D و E على الترتيب. تقع F على القوس BC، ويلتقي امتدادا CF و DE في G، كما في الرسم.



أ. أثبتوا أن $\angle EDA = \angle CBA$.

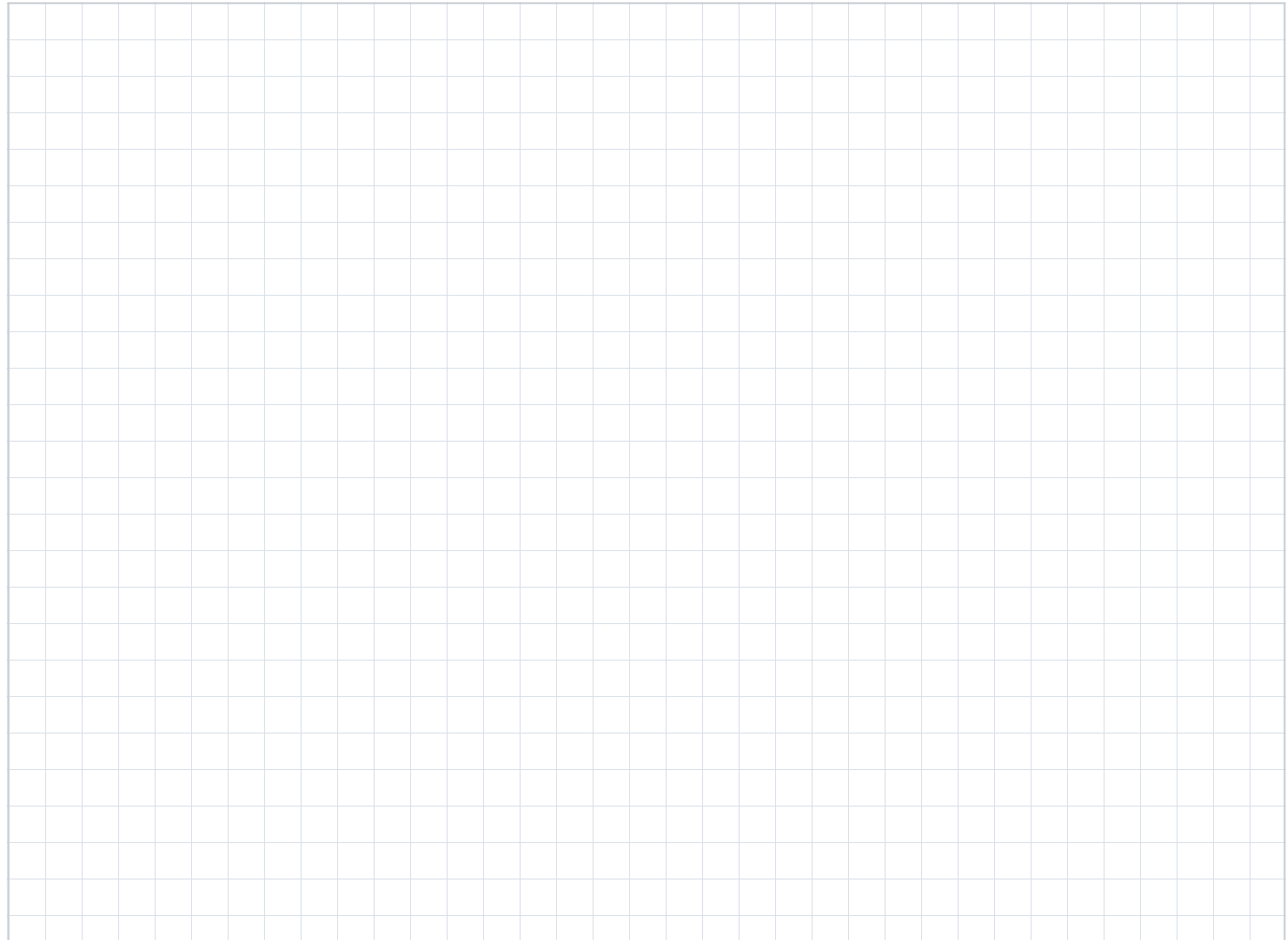
ب. أثبتوا أن الرباعي GDAF قابل للحصر في دائرة.

الوتران AF و BC يلتقيان في H. معطى: $\angle GEC = \angle CHA$.

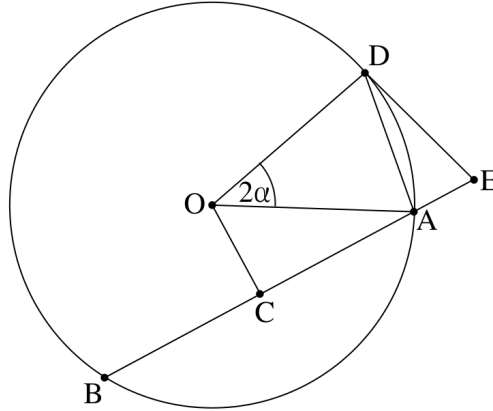
ج. أثبتوا أن $\frac{CG}{CD} = \frac{GE}{DE}$.

معطى: $CE \perp AB$ ، $DE = 18$ ، $CD = 36$.

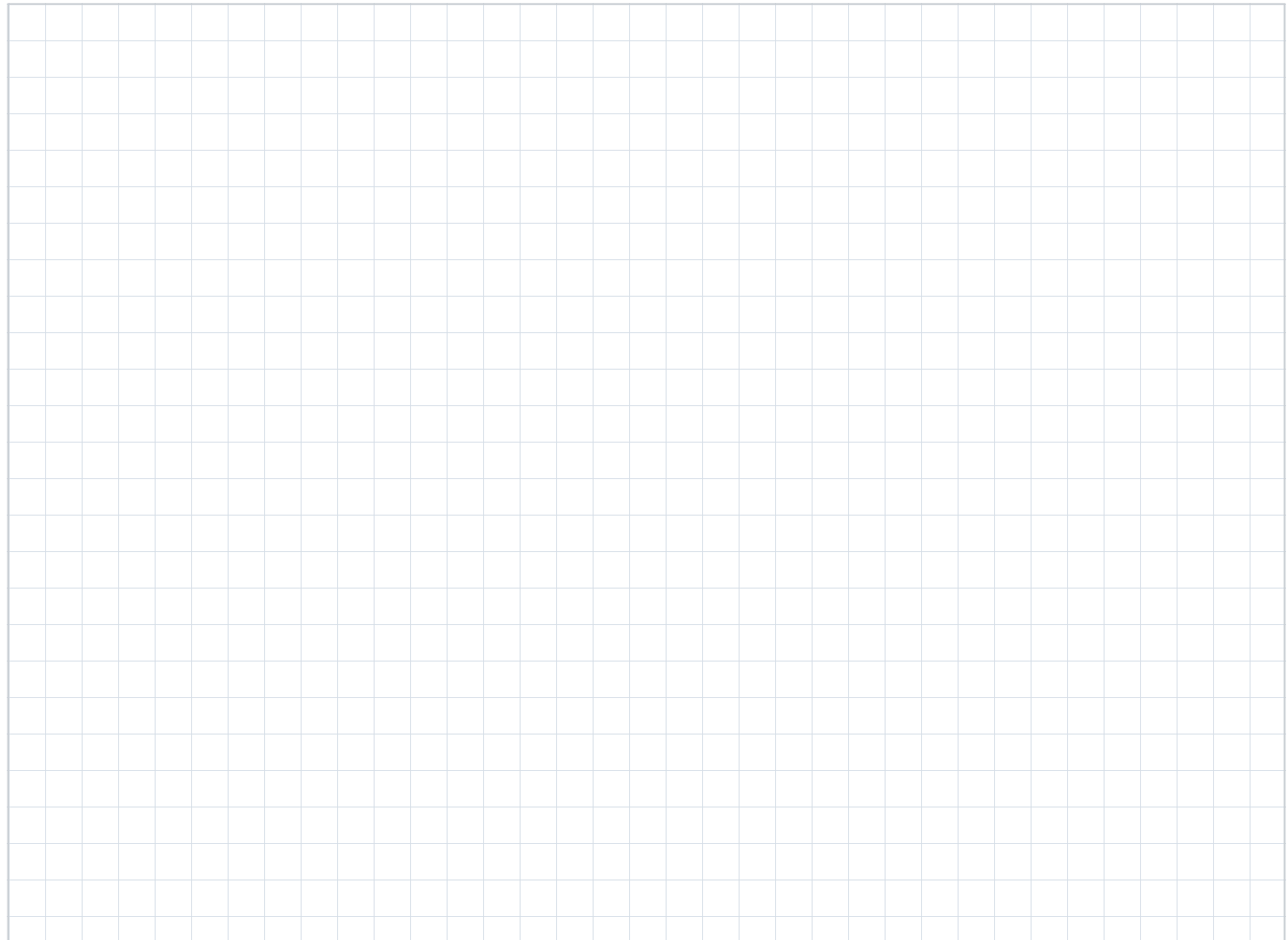
د. احسبوا طولي EG و CG.



5. معطى دائرة مركزها O ونصف قطرها R . من E خارج الدائرة نمرر مستقيماً يقطع الدائرة في A و B . تقع D على القوس الكبير AB بحيث ED مماسٌ للدائرة. النقطة C هي منتصف الوتر AB . نرسم للزاوية بين نصفَي القطر OD و OA بـ 2α ، حيث $60^\circ < \alpha$. معطى أن البعد بين O والوتر AB هو $0.5R$.



- أ. جدوا زوايا الرباعي DOCE بدلالة α عند الحاجة.
 ب. عبّروا عن طول DE بدلالة R و α .
 معطى أن نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث AOD هو $\frac{4}{7}R$.
 ج. جدوا α .
 د. جدوا النسبة بين مساحة الدائرة المحيطة بالرباعي DOCE ومساحة الدائرة المعطاة.



6. الفصل الرابع - تفاضل وتكامل

معطى الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} - 2)^2}$

أ. (1) جدوا مجال تعريف $f(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب العمودية على المحاور.

(3) جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الرسم مع المحاور.

(4) جدوا إحداثيات نقاط النهاية القصوى وحددوا نوعها.

ب. ارسموا رسماً تقريبياً للدالة $f(x)$.

معطى الدالة $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x}-2}$ ، المعرفة في مجال تعريف $f(x)$ نفسه.

ج. بينوا أنه لكل $x > 0$ في مجال تعريف الدالتين تحقق $f(x) = g'(x)$.

د. حَدِّدُوا لِكُلِّ ادِّعَاءٍ هَلْ هُوَ صَحِيحٌ أَمْ غَيْرُ صَحِيحٍ، وَعَلَّلُوا:

I. يوجد مماسّ لرسم $g(x)$ ميله 2.

II. توجد للدالة $g(x)$ نقطة التواء واحدة فقط.

هـ. احسبوا قيمة التعبير $\int_{0.25}^1 g(x) \cdot f(x) dx$

7. معطى الدالة $f(x) = \frac{\sin x - a}{\sin x + a}$ ، حيث a بارامتر موجب. الدالة معرفة لكل x يحقق $\sin x \neq -a$.

معطى أن رسم $f(x)$ يمس محور x في جميع نقاط نهايته القصوى.
أ. جدوا قيمة a .

عوضوا $a = 1$ وأجيبوا عن ب-ه في المجال $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

ب. (1) جدوا مجال تعريف $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الرسم مع المحاور.

(3) جدوا إحداثيات نقاط النهاية القصوى وحددوا نوعها.

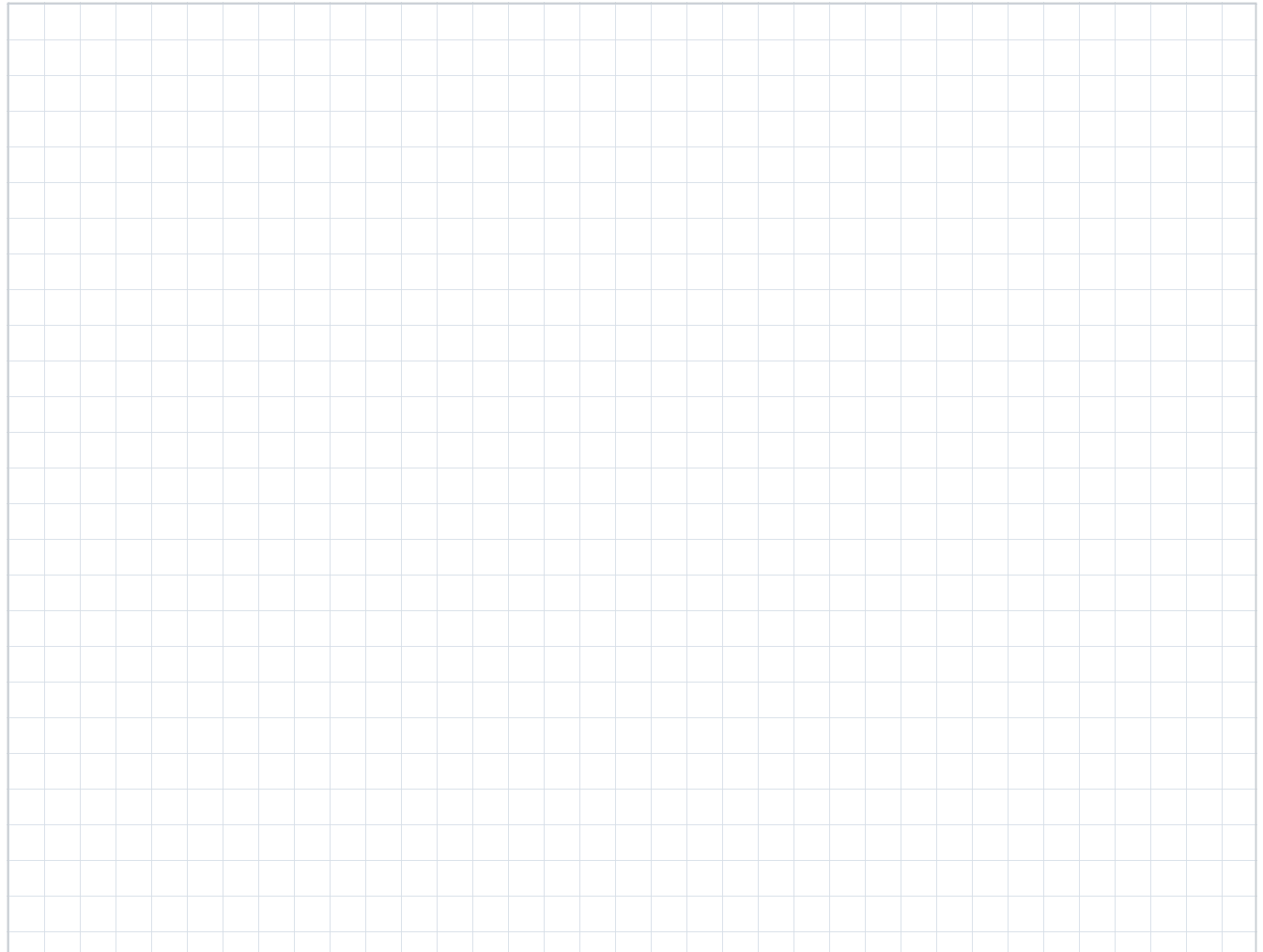
ج. ارسموا رسماً تقريبياً للدالة.

د. كم حلاً توجد للمعادلة $f(x) = -1$ في المجال المعطى؟ عللوا.

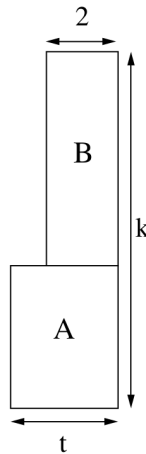
معلوم أن الدالة مقعرة إلى أسفل في كل جزء من مجال تعريفها.

هـ. حددوا هل الادعاء التالي صحيح أم غير صحيح، وعللوا:

$$\int_0^{\pi} (f(x) + 1) dx > \frac{\pi}{2}$$



8. معطى حديقتان مستطيلتان متجاورتان A و B. عرض A هو t متراً. عرض B هو متران، ومساحتها $2t + 2$ متراً مربعاً، كما في الرسم. الطول الكلي للحديقتين هو k متراً، حيث k ثابت.



- أ. عبّروا عن مساحة الحديقة A بدلالة k و t.
- ب. عبّروا بدلالة k عن قيمة t التي تكون عندها النسبة بين مساحة B ومساحة A أصغر ما يمكن.
- ج. عبّروا بدلالة k عن قيمة t التي تكون عندها النسبة بين مساحة A ومساحة B أكبر ما يمكن. علّلوا إجابتكم.