

ترجمة تعليمية غير رسمية إلى العربية

أمامكم ترجمة إلى العربية لامتحان البجروت العبري، بأسلوب النماذج العربية الرسمية، للتدرب. النص الأصلي: 035571 (صيف 2023، الموعد أ). حقوق الطبع لنص الامتحان الأصلي لدولة إسرائيل - وزارة التربية والتعليم. هذه الترجمة ليست نسخة رسمية، وعند أي اختلاف يُعتمد النص العبري الأصلي.

ترجمة وإعداد: الأستاذ خالد خطيب · رياضيات مع خالد · mathbagrut.com

نوع الامتحان: بجروت

موعد الامتحان: صيف 2023، الموعد أ

رقم النموذج: 35571

ملحق: لوائح قوانين ل 5 وحدات تعليمية

الرياضيات

المناهج الجديد

5 وحدات تعليمية - النموذج الأول

تعليمات

- أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.
- ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات: في هذا النموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة: الأول: «أسئلة قصيرة»، متتاليات واحتمال. الثاني: هندسة وحساب مثلثات في المستوى. الثالث: تفاضل وتكامل لكثيرات الحدود ولدوال الجذر ولدوال النسبية والمثلثية. أجبوا عن خمسة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل؛ لكلّ سؤال 20 درجة، والمجموع 100 درجة.
- ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
- (1) حاسبة غير بَيّانية. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيّانية أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤديّ إلى إلغاء الامتحان.
- (2) لوائح قوانين (مرفقة بالنموذج الأصلي).
- د. تعليمات خاصّة:
- (1) لا تنسخوا السؤال؛ اكتبوا رقه فقط.
- (2) يجب البدء بحلّ كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة خطوات الحلّ في دفتر الامتحان، حتّى عندما تجري الحسابات بواسطة الحاسبة.
- يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤديّ إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسودة" في رأس كلّ صفحة تُستعمل كمسودة. كتابة مسودة في أوراق خارج دفتر الامتحان قد تؤديّ إلى إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

نتمنى لكم النجاح!

الأسئلة

انتبهوا: فسّروا كلّ خطواتكم، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبشكل واضح.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
أجيبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل (لكلّ سؤال - 20 درجة).
انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

1. الفصل الأول - «أسئلة قصيرة»، متاليات واحتمال

أجيبوا عن ثلاثة من البنود الأربعة أ-د. إذا أجبتم عن أكثر من ثلاثة بنود، تُفحص الإجابات الثلاث الأولى فقط.

أ. معطى متالتان معرفتان لكل عدد طبيعي $n: a_n = 2n - 1, b_n = 2^n$. نرسم:

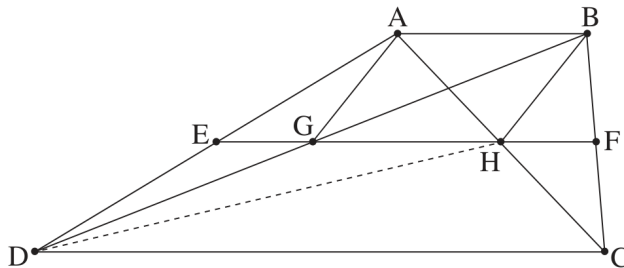
$$T_n = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$$

(1) أثبتوا: إذا تحققت $T_k = (2k - 3) \cdot 2^{k+1}$ لعدد طبيعي معين k ، فإنه تتحقق

$$\cdot T_{k+1} = (2k - 1) \cdot 2^{k+2}$$

(2) أمامكم الادعاء: لكل عدد طبيعي n تحقق $T_n = (2n - 3) \cdot 2^{n+1}$. فسروا لماذا هذا الادعاء غير صحيح.

ب. في شبه المنحرف ABCD، حيث $AB \parallel CD$ ، القطعة EF هي قطعة المنتصف. تقطع EF القطرين AC وBD في النقطتين H وG على الترتيب. معطى أن الرباعي ABHG متوازي أضلاع.


$$GH = 2EG \quad (1)$$

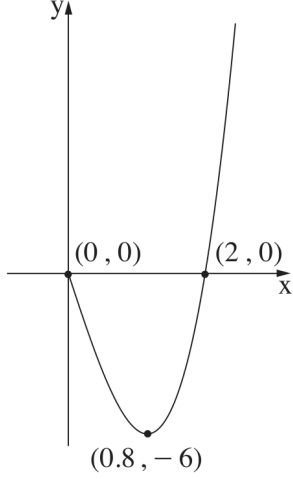
(2) امتداد المستقيم AG يقطع القطعة DH في M. أثبتوا أن القطعة AM تنصف القطعة DH.

البندان ج ود في الصفحتين التاليتين.

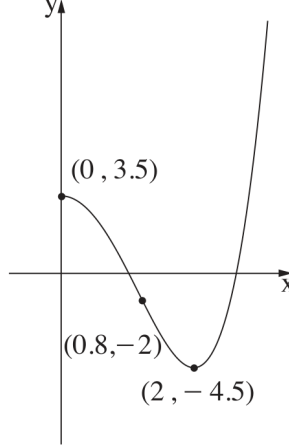
1. تابع السؤال 1 - البند ج

ج. أمامكم الرسوم I-III التي تمثل $f(x)$ ومشتقتها الأولى $f'(x)$ ومشتقتها الثانية $f''(x)$. الدوال معروفة في المجال $0 \leq x \leq 3$.

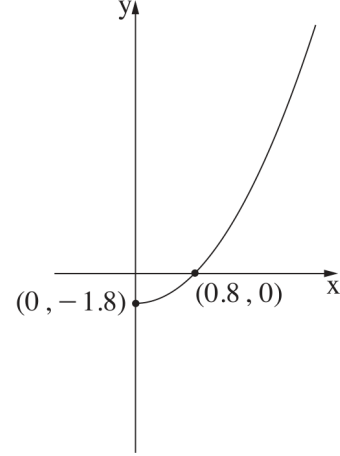
III



II



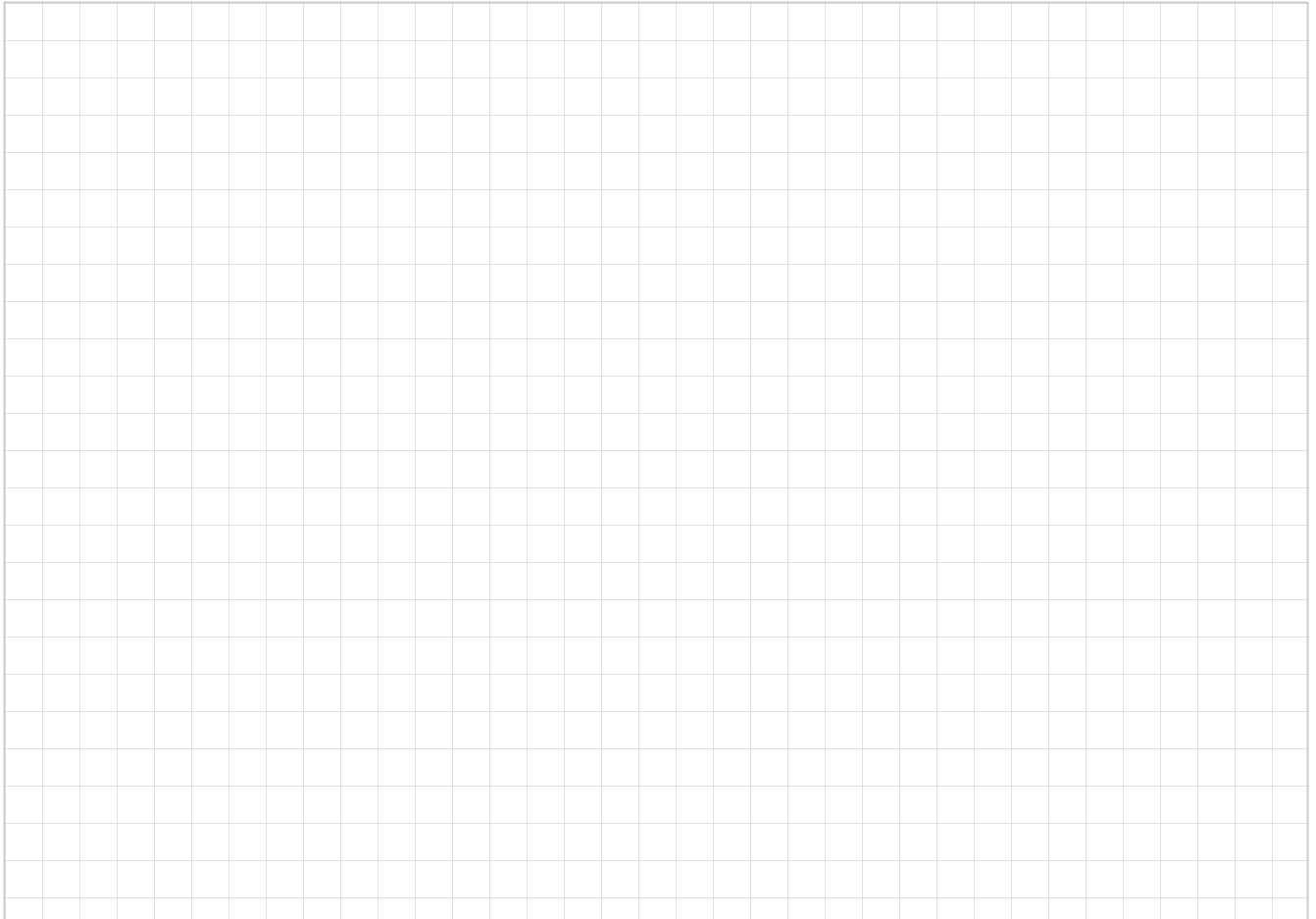
I



(1) لا تمثّل رسم مع الدالة المناسبة، وعلّلوا.

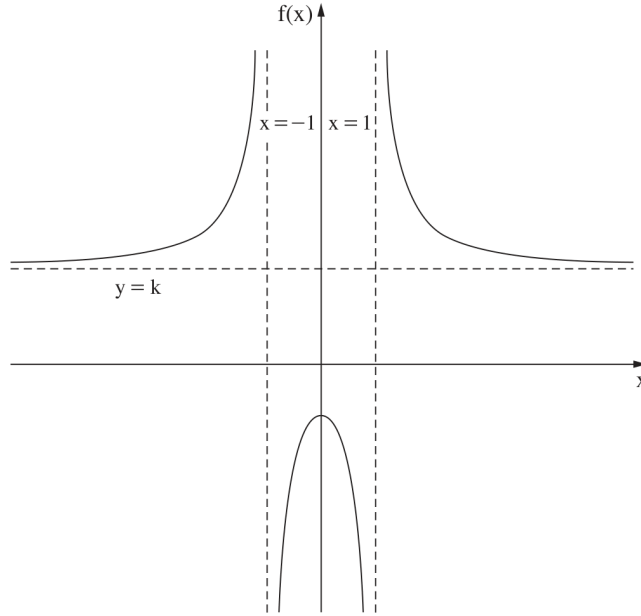
(2) استعينوا بالمعطيات في الرسوم لإيجاد معادلة المماس لرسم $f(x)$ في نقطة التوائها.

(3) استعينوا بالمعطيات في الرسوم لإيجاد قيمة التكامل $\int_0^{0.8} f''(x) dx$.

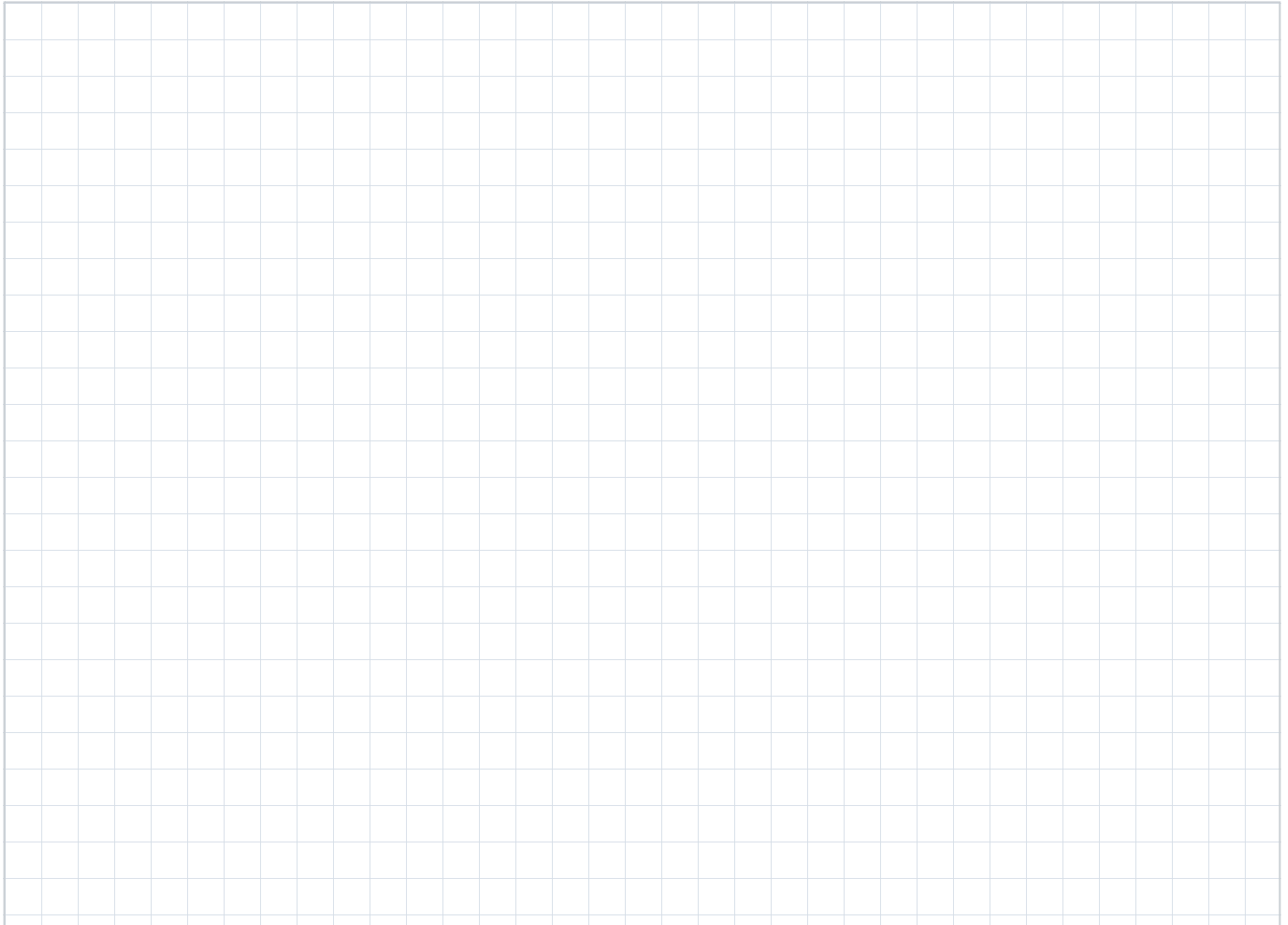


1. تابع السؤال 1 - البند د

د. أمامكم رسم الدالة $f(x)$ المعرفة عند $x \neq -1$ و $x \neq 1$. معادلات خطوط تقاربها هي $x = -1$ ، $x = 1$ ، $y = k$ ، حيث $k > 1$. إحداثيات تقاطع الرسم مع محور y هي $(0, -a)$ ، حيث a موجب.



- (1) جدوا قيم a التي يتقاطع عندها رسما الدالتين $f(x)$ و $\frac{1}{f(x)}$ في نقطتين. عللوا.
- (2) معطى أن البعد بين خطي التقارب الأفقيين للدالتين $f(x)$ و $\frac{1}{f(x)}$ هو 1.5. ما قيمة k ؟ عللوا.



2. معطى متاليتان هندسيّتان لا نهائيّتان متقاربتان A و B، جميع حدودهما تختلف عن الصفر. الحدّ العامّ لـ A هو a_n

وأساسها q_A ، والحدّ العامّ لـ B هو b_n وأساسها q_B .

نبني منهما متتالية هندسيّة لا نهائيّة متقاربة حدودها:

$$\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n}, \dots$$

المتاليات الثلاث A و B والجديدة ليست ثابتة.

أ. عبّروا عن أساس المتتالية الجديدة بدلالة q_A و q_B .

المتتالية A ليست متصاعدة وليست متناقصة، والمتتالية B متصاعدة.

ب. حدّدوا هل كلّ عبارة صحيحة أم غير صحيحة، وعلّلوا:

(1) أساس المتتالية الجديدة موجب.

(2) جميع حدود B سالبة.

الأعداد c_1, c_2, c_3 هي الحدود الثلاثة الأولى لمتتالية حسابيّة. معطى أنّ $c_2 = -c_1$ ، وأنّ $\frac{c_1 \cdot c_2}{c_3} = -\frac{1}{45}$

ج. جدوا c_1 .

معطى أنّ أساس A مساوٍ لـ c_1 ، وأنّه تتحقّق أيضاً:

$$\begin{aligned} \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \frac{a_3}{b_3} + \dots \\ = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots} \end{aligned}$$

د. جدوا قيمة q_B .

3. في كلية كبيرة طُرح اقتراح لتقصير استراحة الظهيرة بهدف إنهاء اليوم الدراسي أبكر. أُجري استطلاع شارك فيه جميع طلاب السنة الأولى والثانية.

تبين أنّ 80% من مؤيدي الاقتراح هم طلاب السنة الأولى، وأنّ عدد طلاب السنة الأولى المؤيدين مساوٍ لعدد طلاب السنة الثانية المعارضين. لم يمتنع أيّ مشارك عن إبداء رأيه.

نرمز بـ p إلى احتمال اختيار طالب مؤيد للاقتراح عشوائياً من جميع المشاركين.

أ. نختار عشوائياً أحد طلاب السنة الثانية. ما احتمال أن يكون معارضاً للاقتراح؟

معلوم أنّ احتمال تأييد الطالب المختار عشوائياً من السنة الأولى أكبر بـ $\frac{13}{35}$ من احتمال تأييد الطالب المختار عشوائياً من السنة الثانية.

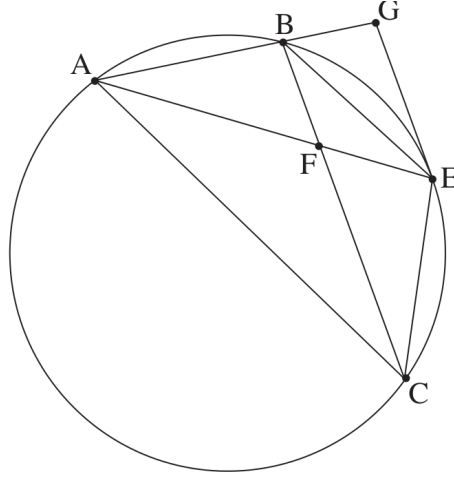
ب. احسبوا قيمة p .

ج. نختار عشوائياً مشاركاً واحداً. احسبوا احتمال تحقق أحد الشرطين الآتيين على الأقل: I الطالب من السنة الثانية؛ II الطالب مؤيد للاقتراح.

د. نختار عشوائياً خمسة مشاركين. معلوم أنّ الخمسة جميعاً من السنة الثانية. ما احتمال أن يكون اثنان منهم على الأقل مؤيدين، واثنان على الأقل معارضين؟

4. الفصل الثاني - هندسة وحساب مثلثات في المستوى

النقاط A, B, C تقع على دائرة. النقطة E هي منتصف القوس BC ، كما في الرسم. نمرّر مماسًا للدائرة في E ، يقطع امتداد الوتر AB في G . الوتران AE و BC يتقاطعان في F .



أ. أثبتوا أن $\triangle ACE \sim \triangle AEG$.

معطى: $AG = 6$ ، $AE = 3\sqrt{6}$.

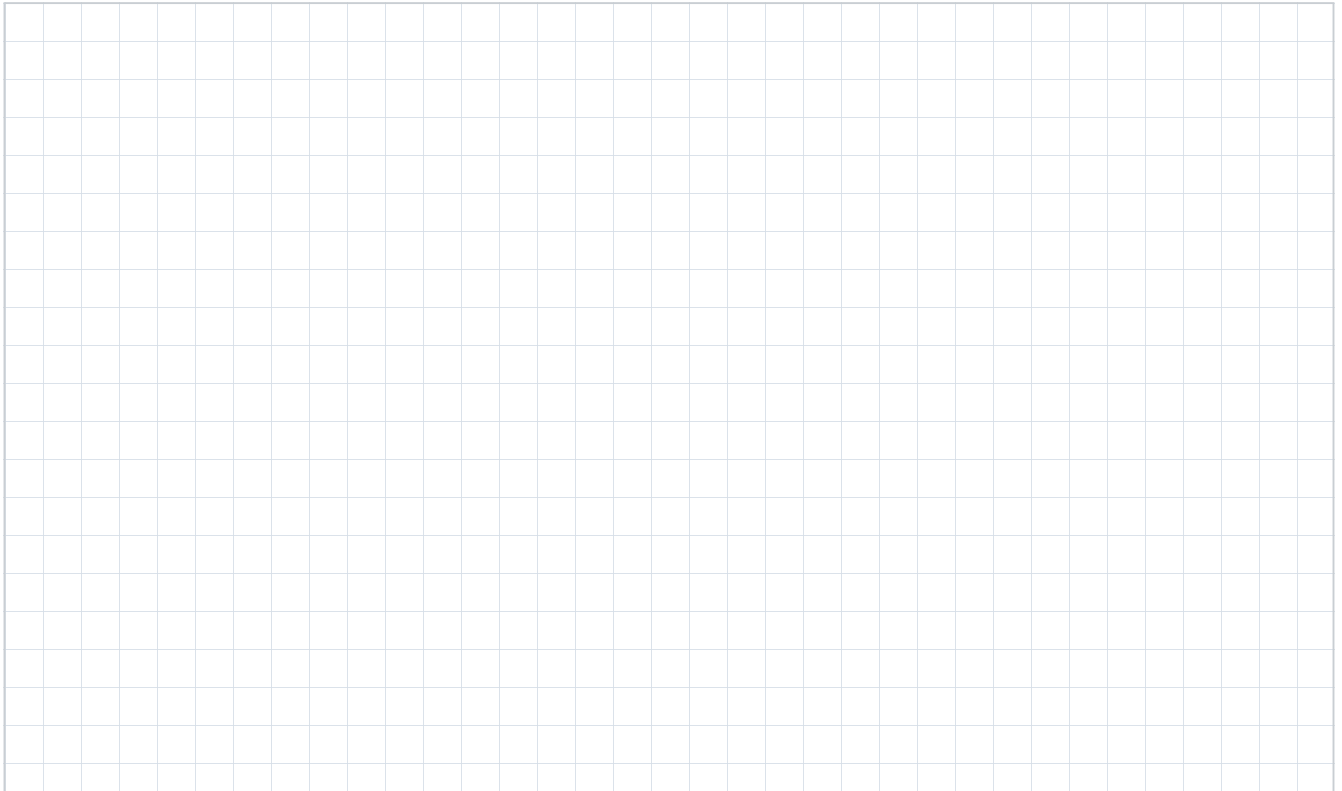
ب. احسبوا طول الوتر AC .

ج. أثبتوا أن $BC \parallel GE$.

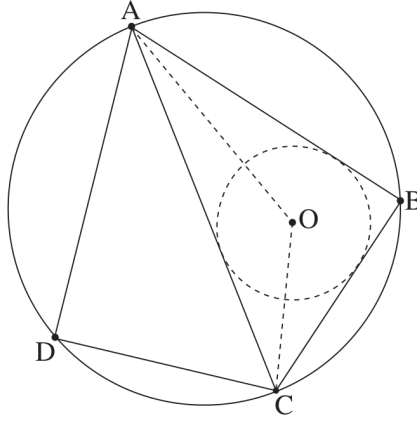
معطى: مساحة المثلث ABF أكبر بمرتين من مساحة المثلث BFE .

د. احسبوا طول الوتر AB .

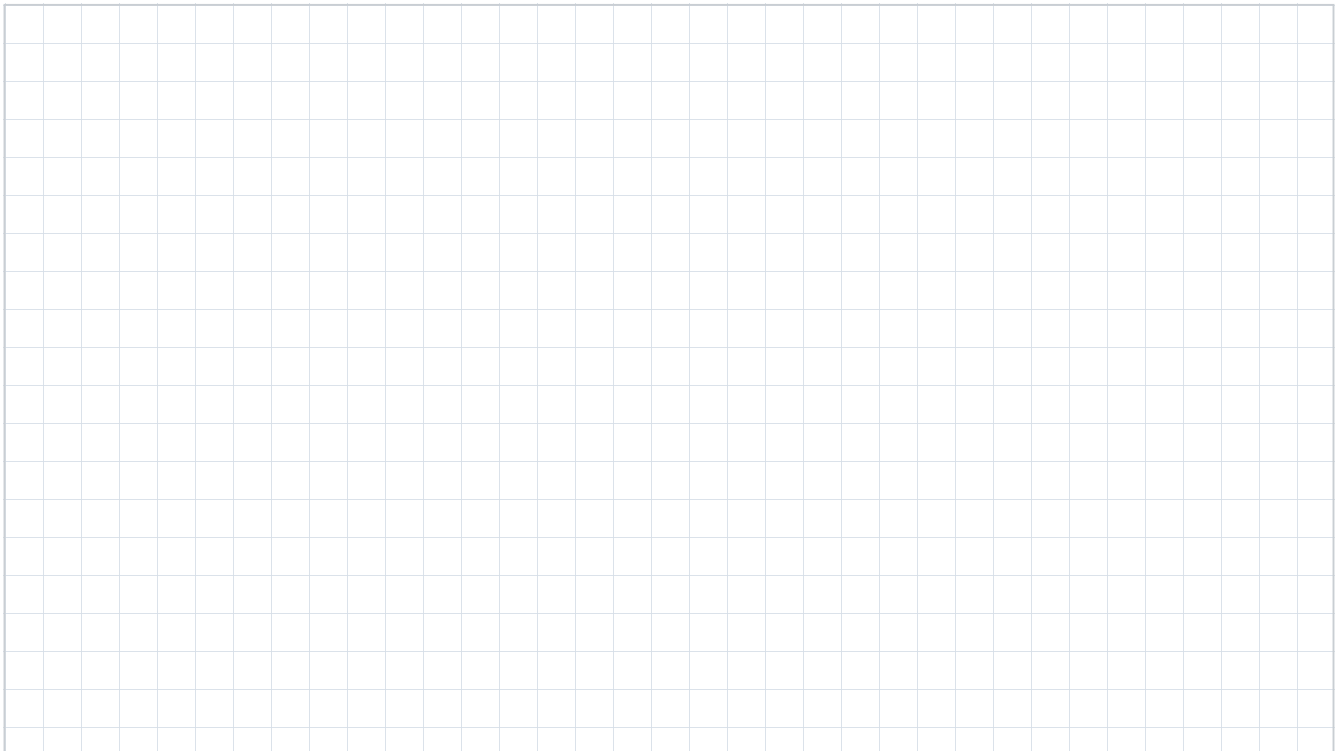
هـ. ما النسبة بين مساحة ABF ومساحة AFC ؟ علّلوا إجابتكم.



5. الدالتون ABCD محصور في دائرة نصف قطرها R. الوتر AC هو القطر الرئيسي للدالتون. النقطة O هي مركز الدائرة المحصورة في المثلث ABC (انظروا الرسم).
نرمز: $\angle CAB = \alpha$.



- أ. (1) جدوا زوايا المثلث AOC، وعبروا بدلالة α عند الحاجة.
(2) عبروا عن طول AO بدلالة α و R.
- ب. جدوا مقدار الزاوية α .
معطى أن مساحة الدالتون هي $25\sqrt{3}$.
- ج. جدوا R.
- د. احسبوا البعد بين مركز الدائرة المحيطة بالدالتون ومركز الدائرة المحصورة في المثلث ABC.



6. الفصل الثالث - تفاضل وتكامل

معطى الدالة $f(x) = \frac{2a - x^2}{x}$ ، المعرفة عند $x \neq 0$ ، حيث a بارامتر موجب.

أ. عبّروا عن الإجابات بدلالة a عند الحاجة.

(1) جدوا معادلات خطوط التقارب العمودية على المحاور، إن وجدت.

(2) $\bar{f}(x)$ دالة فردية.

(3) جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الرسم مع المحاور، إن وجدت.

(4) جدوا مجالات التصاعد والتناقص، إن وجدت.

(5) جدوا مجالات التقعر إلى أعلى (U) وإلى أسفل (n) للدالة.

ب. ارسموا رسماً تقریبیاً لـ $f(x)$.

معطى أيضاً الدالة $g(x) = |f(x)| - b$ ، حيث b بارامتر موجب. مجال تعريفها هو مجال تعريف $f(x)$ نفسه.

ج. ارسموا رسماً تقريبياً لـ $g(x)$.

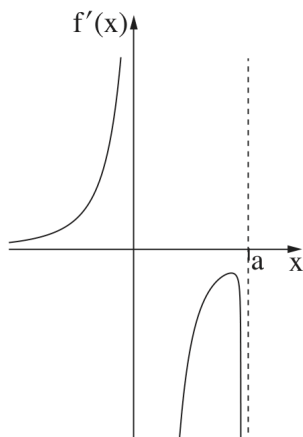
معلوم أنّ إحدى نقاط النهاية القصوى للدالة $g(x)$ هي $(-3, 2)$.

د. جدوا قيمتي a و b.

معطى أيضاً الدالة $s(x) = \int_1^x g(t) dt$ المعرفة في المجال $x > 1$.

هـ. ما نوع نقطة النهاية القصوى للدالة $s(x)$ ؟ علّلوا إجابتكم.

7. معطى الدالة $f(x)$ المعرفة عند $x \leq a$ و $x \neq 0$ ، حيث a بارامتر موجب. الرسم يصف دالة المشتقة $f'(x)$.
المشتقة معرفة عند $x < a$ و $x \neq 0$ ، ولها ثلاثة خطوط تقارب عمودية على المحاور: $x = a$ ، $x = 0$ ، $y = 0$. في المجال $x < 0$ المشتقة متصاعدة. المستقيم $x = 0$ خط تقارب لرسم $f(x)$ أيضًا. $f(a) = 0$.



- أ. (1) جدوا مجالات تصاعد وتناقص $f(x)$ بدلالة a عند الحاجة، وعلّلوا.
- (2) كم نقطة التواء توجد للدالة $f(x)$ ؟ علّلوا.

معطى أن $y = 0$ خطّ تقارب لرسم $f(x)$.

ب. ارسّموا رسماً تقريبيّاً ممكناً لـ $f(x)$ ، بما يلائم الإجابة في أ(2).

معلوم أن أحد التعابير الآتية يمثّل $f(x)$:

I. $\frac{\sqrt{(a-x)}}{x^2}$ II. $\frac{\sqrt{(x-a)}}{x^2}$ III. $\frac{\sqrt{(a-x)}}{x}$ IV. $\frac{\sqrt{(x-a)}}{x}$

ج. أَىَّ تعبير يمثّل الدالّة؟ علّوا.

معلوم أنّ ميل المماسّ لرسم $f(x)$ عند $x = -2$ هو $-\frac{7}{16}$.

د. جدوا قيمة a .

هـ. عوّضوا $a = 2$ واحسبوا المساحة المحصورة بين رسم $(f(x))^2$ ومحور x والمستقيم $x = 1$.

8. معطى المعين ABCD. النقطة E هي منتصف الضلع BC. نرسم: $\angle ECD = x$. معطى أن مساحة المثلث ECD هي 18.

- أ. عبّروا عن طول ضلع المعين بدلالة x .
- ب. احسبوا أصغر طول ممكن للقطعة DE.

