

ترجمة تعليمية غير رسمية إلى العربية

أمامكم ترجمة إلى العربية لامتحان البجروت العبري، بأسلوب النماذج العربية الرسمية، للتدرب. النص الأصلي: 035571 (صيف 2022، الموعد ب). حقوق الطبع لنص الامتحان الأصلي لدولة إسرائيل - وزارة التربية والتعليم. هذه الترجمة ليست نسخة رسمية، وعند أي اختلاف يعتمد النص العبري الأصلي.

ترجمة وإعداد: الأستاذ خالد خطيب · رياضيات مع خالد · mathbagrut.com

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التوجيهات.

نوع الامتحان: بجروت
موعد الامتحان: صيف 2022، الموعد ب
رقم النموذج: 35571
ملحق: لوائح قوانين ل 5 وحدات تعليمية

الرياضيات

المناهج الجديد

5 وحدات تعليمية - النموذج الأول

تعليمات

- أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.
- ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات: في هذا النموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة:
الأول: «أسئلة قصيرة»، متتاليات واحتمال.
الثاني: هندسة وحساب مثلثات في المستوى.
الثالث: تفاضل وتكامل لكثيرات الحدود ولدوال الجذر ولدوال النسبية والمثلثية.
يجب الإجابة عن خمسة أسئلة حسب اختياركم، لكل سؤال 20 درجة، والمجموع 100 درجة.
- ج. مواد مساعدة يُسمح استعمالها:
(1) حاسبة غير بيبانية. لا يُسمح استعمال إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.
(2) لوائح قوانين (مرفقة بالنموذج الأصلي).
- د. تعليمات خاصة:
(1) لا تنسخوا السؤال، اكتبوا رقه فقط.
(2) يجب البدء بحلّ كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة خطوات الحلّ في دفتر الامتحان، حتّى عندما تجري الحسابات بواسطة الحاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح وبترتيب. عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسودة" في رأس كلّ صفحة تُستعمل كمسودة.
كتابة مسودة في أوراق خارج دفتر الامتحان قد تؤدي إلى إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فردي.

نتمنى لكم النجاح!

الأسئلة

انتهوا: فسّروا كلّ خطواتكم، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبشكل واضح. عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8 (لكل سؤال - 20 درجة).

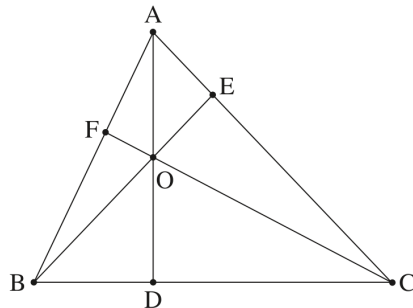
انتبهوا: إذا أجبت عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

1. الفصل الأول - «أسئلة قصيرة»، متتاليات واحتمال

أجيبوا عن ثلاثة من البنود الأربعة أ-د. إذا أجبتم عن أكثر من ثلاثة بنود، تُفحص الإجابات الثلاث الأولى فقط.
أ. أثبتوا بالاستقراء أو بأي طريقة أخرى أنه لكل عدد طبيعي n تحقق:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

ب. في المثلث الحادّ الزوايا ABC تلتقي الارتفاعات AD , BE , CF في النقطة O (انظروا الرسم). معطى أنّ مجموع أبعاد O عن رؤوس المثلث هو 20.



(1) أثبتوا أنه يمكن حصر كل واحد من الأشكال الرباعيّة AEOF , BDOF , CDOE في دائرة.

(2) ما هو مجموع محيطات الدوائر المحيطة بالأشكال الرباعية AEOF , BDOF , CDOE ؟

جـ معطى الدالة $f(x) = 3 + \frac{x}{\sqrt{(x^2 - 25)}}$

(1) ما هو مجال تعريف الدالة $f(x)$ ؟

(2) معلوم أنّ خطوط التقارب العموديّة على المحاور لرسم الدالّة $f(x)$ تتقاطع. احسبوا المساحة المحصورة بين خطوط التقارب. علّلوا الاجابة.

البند د في الصفحة التالية.

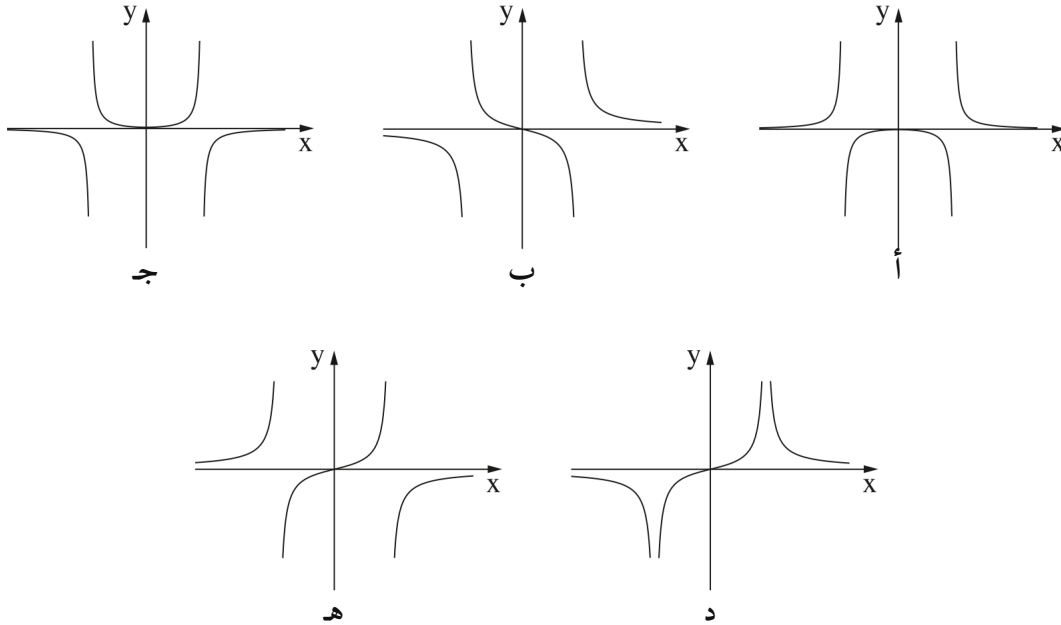
1. تابع السؤال 1 - البند د

د. معطى الدالة $f(x) = \frac{a \cdot x}{x^2 - 4}$ المعرفة عند $x \neq 2$ و $x \neq -2$ ، حيث $a \neq 0$ بارامتر.

أحد الرسوم أ-هـ يلائم الدالة عندما $a > 0$ ، وآخر يلائمها عندما $a < 0$.

(1) أيّ رسم يلائم الدالة عندما $a > 0$ ؟ علّلوا باختصار.

(2) أي رسم يلائمها عندما $a < 0$ ؟ عللوا باختصار.



2. معطى متتالية هندسية لا نهائية A حدّها العام a_n وأساسها q .

أ. أثبتوا أنه لكل عدد طبيعي n تحقق $a_1 \cdot a_{2n} = a_n \cdot a_{n+1}$.

بالنسبة إلى الحدود $2k$ الأولى من المتتالية A ، حاصل ضرب الحدّين الأوسطين مساوٍ لـ $10,935 \cdot a_1$.

• $a_{2k-2} = 1,215$: معطی

ب. جدوا q (إمكانيّتين).

• معطى : $a_1 = 5$

ج. (1) حدّدوا هل A متتالية متصاعدة، أم متناقصة، أم ليست متصاعدة وليست متناقصة. علّوا.

(2) جدوا k.

نبنى من المتتالية A متتالية لا نهائية B بالشكل الآتي:

$$\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$$

د. أثبتوا أن B متتالية هندسية.

نغير إشارة جميع حدود B الواقعة في الأماكن الفردية، فنحصل على المتتالية C :

$$-\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, -\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$$

هـ. جدوا مجموع المتتالية C.

3. أُجري استطلاع في مدينة كبيرة في إسرائيل لفحص إتقان الإنجليزية بين سكان المدينة. شارك فيه كثير من البالغين والشبان.

وُجِدَ أَنَّ عدد البالغين الذين يتقنون الإنجليزية أكبر بثلاث مرّات من عدد الشبّان الذين يتقنونها، وأنّ عدد البالغين الذين لا يتقنونها أكبر $2\frac{2}{3}$ مرّة من عدد البالغين الذين يتقنونها.

نرمز به p إلى احتمال اختيار شاب يتقن الإنجليزية عشوائياً من جميع المشاركين.

أ. جدوا احتمال اختيار بالغ يتقن الإنجليزية عشوائياً من جميع البالغين المشاركين.

ب. نختار عشوائياً ثلاثة بالغين من البالغين المشاركين. جدوا احتمال أن يتقن اثنان منهم بالضبط الإنجليزية.

ج. (1) عبّروا بدلالة p عن احتمال اختيار شاب لا يتقن الإنجليزية عشوائياً من جميع المشاركين.

(2) بينوا أنّ مجال القيم الممكنة لـ p هو $0 < p < \frac{1}{12}$.

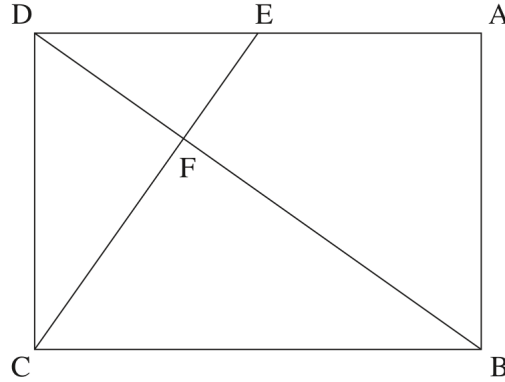
معلوم أنّ احتمال اختيار بالغ عشوائياً من المشاركين الذين لا يتقنون الإنجليزية مساوٍ لاحتمال اختيار شابّ عشوائياً منهم.

د. جدوا قيمة p .

هـ. هل الحدثان «إتقان الإنجليزية» و«كون الشخص بالغاً» مرتبطان؟ علّوا إجابتكم.

4. الفصل الثاني - هندسة وحساب مثلثات في المستوى

في المستطيل ABCD تقع النقطة E على الضلع AD. تقطع القطعة CE القطر BD في النقطة F. يمكن حصر الشكل الرباعي EABF في دائرة.



أ. أثبتوا أن $\triangle DAB \sim \triangle BFC$.

معطى: $DE = EA$.

ب. احسبوا النسبة $\frac{EF}{FC}$.

نرمز بـ S إلى مساحة المثلث DEF.

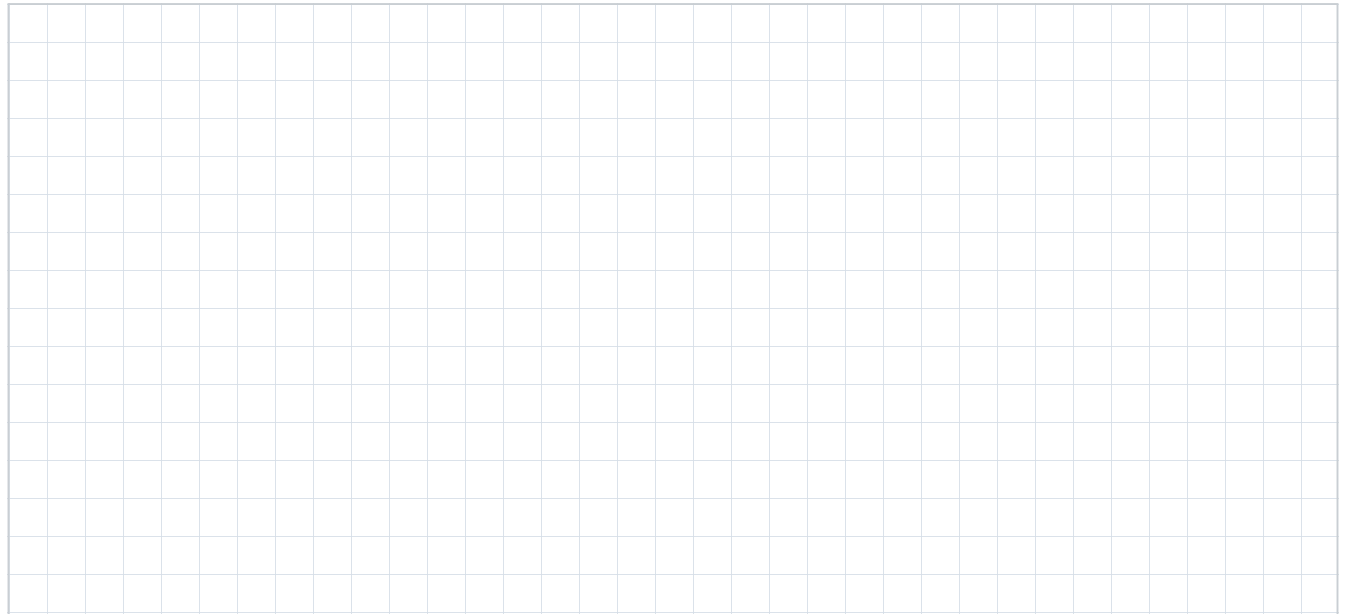
ج. عبّروا بدلالة S عن مساحتي المثلثين DFC و BFC.

د. احسبوا نسبة التشابه بين المثلث DAB والمثلث BFC.

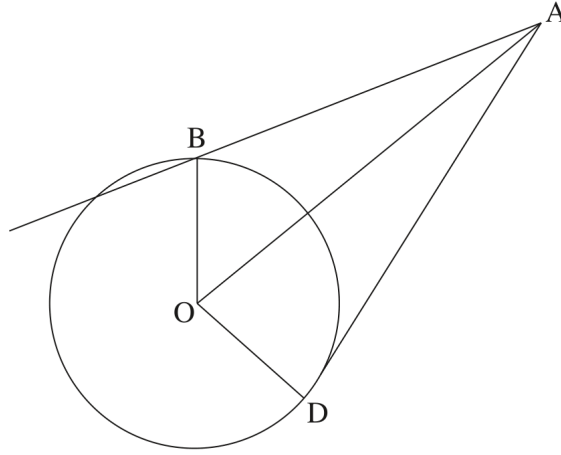
نرمز: $DE = a$.

هـ. (1) عبّروا بدلالة a عن طول القطر BD.

(2) عبّروا بدلالة a عن قطر الدائرة المحيطة بالشكل الرباعي EABF.



5. معطى دائرة مركزها O ونصف قطرها R. من نقطة A خارج الدائرة مرّروا مستقيماً يمرّها في النقطة D، ومستقيماً آخر يقطعها في النقطة B، كما في الرسم.
نرمز: $\angle AOD = \alpha$ ، $\angle AOB = \beta$.



أ. عبّروا بدلالة R، β ، α ، عند الحاجة، عن:

(1) طول القطعة AO.

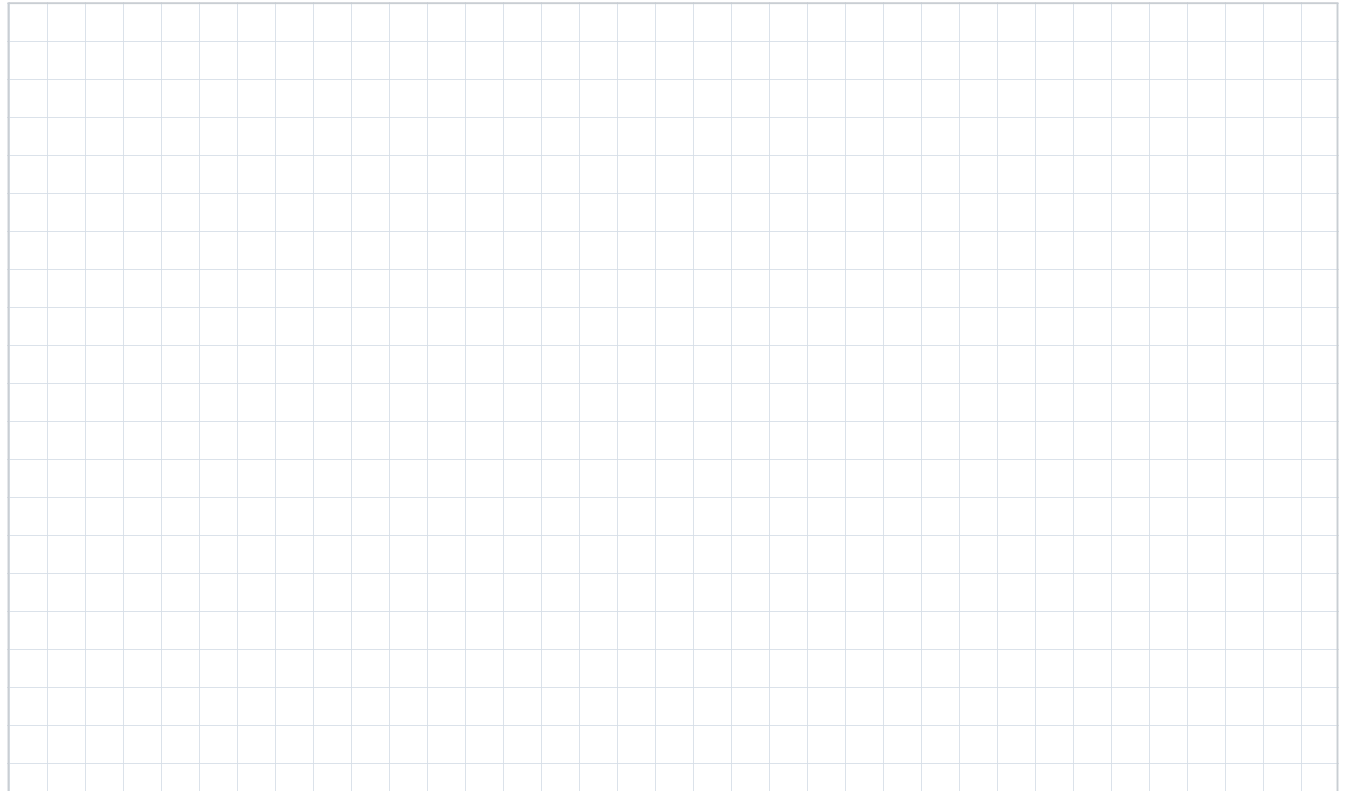
(2) طول القطعة AB.

معطى: $AB = \sqrt{2} R$.

ب. أثبتوا أنّ $\cos \beta = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$.

المثلث ADO محصور في دائرة أخرى نصف قطرها r. معطى: $\frac{R}{r} = \frac{2\sqrt{7}}{5}$.

ج. جدوا قياسيّ الزاويتين α و β .



٦٠ الفصل الثالث - التفاضل والتكامل لكثيرات الحدود ولدوالّ الجذر ولدوالّ النسبيّة والمثلثيّة

معطى الدالة $f(x) = \frac{x^2 - 9}{\sqrt{(x + a)}}$ ، حيث a بارامتر موجب.

أ. عبّروا بدلالة a عن مجال تعريف الدالة $f(x)$.

معطى أن للدالة $f(x)$ لا توجد خطوط تقارب عمودية على المحاور.

ب. (1) جدوا a.

(2) جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحاور.

(3) جدوا إحداثيات نقطة تطرّف الدالة $f(x)$ وحددوا نوعها.

(4) ارسموا رسماً تقريبياً للدالة $f(x)$.

معطى الدالتان $h(x) = |f(x)|$ ، $g(x) = -f(x + 2)$

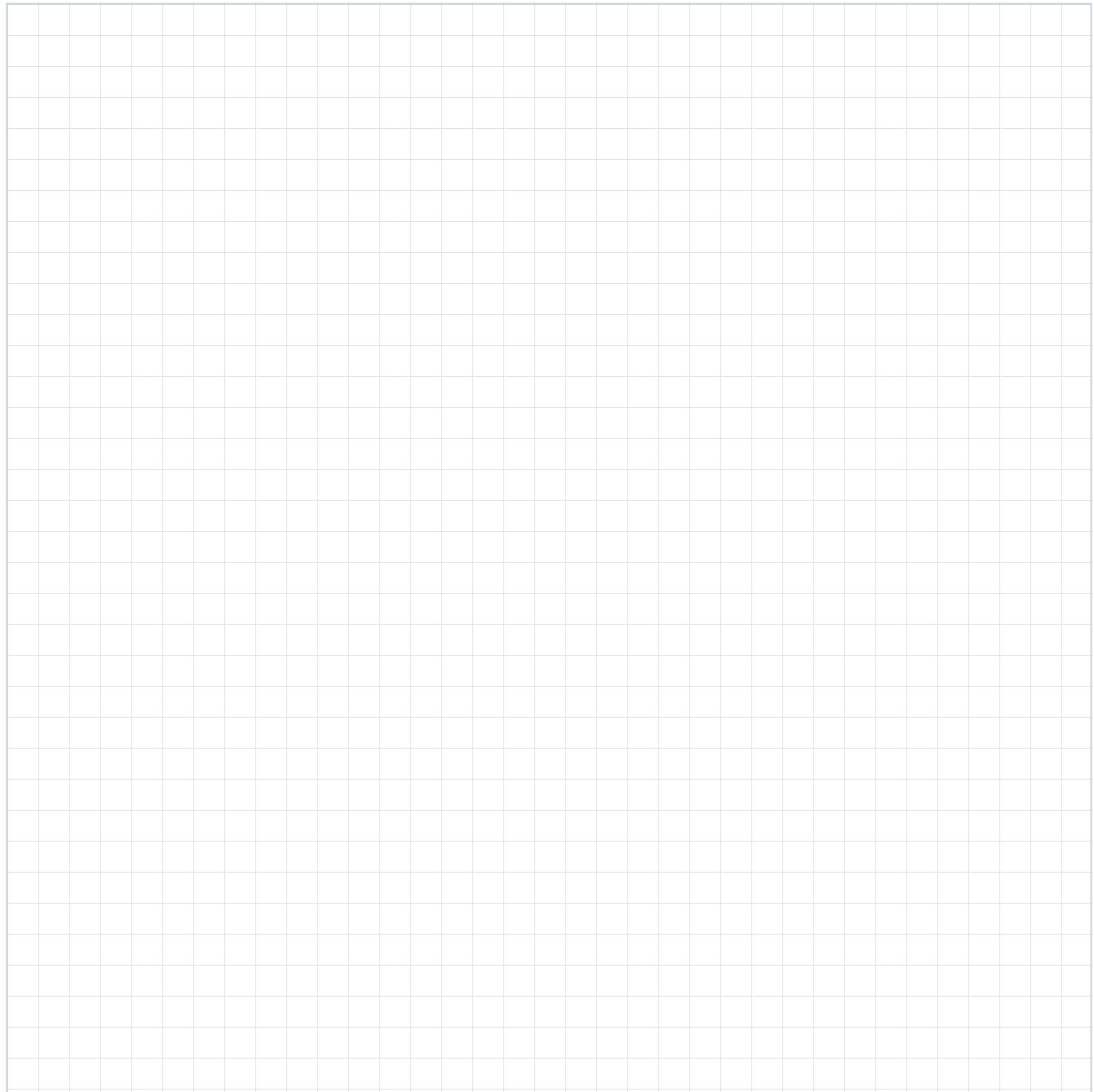
ج. (1) جدوا مجالي تعريف الدالتين $g(x)$ و $h(x)$.

(2) هل الإحداثي y لنقطة العظمى للدالة $g(x)$ أكبر من الإحداثي y لنقطة العظمى للدالة $h(x)$ ، أم أصغر، أم مساوٍ له؟ علّلوا.

معطى: $k > -3$, $\int_{-1}^3 h(x) \, dx = \int_{-3}^k g(x) \, dx$

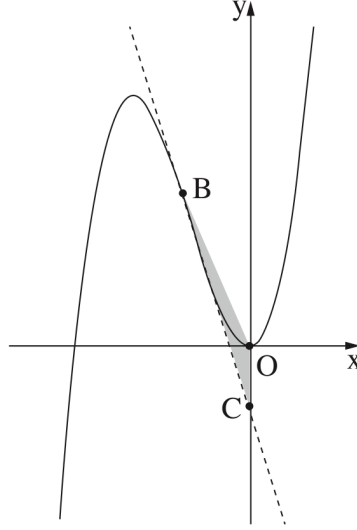
د. جدوا k. فسّروا الإجابة.

7. معطى الدالة $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$ ، المعرّفة لكل x .
- أ. هل الدالة $f(x)$ زوجية؟ علّلوا.
- ب. أثبتوا أنّه لكل x تتحقّق $-2 \leq f(x) \leq 0$.
- ج. جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالة $f(x)$ مع المحاور في المجال $-\pi \leq x \leq \pi$.
- د. ارسموا رسماً تقريبياً للدالة $f(x)$ في المجال $-\pi \leq x \leq \pi$.
- معطى الدالة $g(x) = f(2x)$ ، المعرّفة لكل x .
- هـ. جدوا إحداثيات نقاط تطرّف الدالة $g(x)$ في المجال $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ، وحدّدوا نوعها.
- و. معطى $\int_0^{\pi/8} (g'(x) - f'(x)) dx = S$ ، عبّروا بدلالة S عن $\int_{-\pi/8}^0 (g'(x) - f'(x)) dx$. فسّروا الإجابة.



8. معطى الدالة $f(x) = x^3 + 4x^2$ ، المعرّفة لكل x .

النقطة B على الرسم البياني للدالة في الربع الثاني (انظروا الرسم). تمرّر من B مماساً يقطع محور y في النقطة C. نمزب t إلى الإحداثي x للنقطة B.



أ. عبّروا بدلالة t عن معادلة المماس للدالة $f(x)$ في النقطة B.

معلوم أنّ النقطة C أسفل محور x .

ب. ما هو مجال قيم t ؟

النقطة O هي مبدأ المحاور.

ج. جدوا المساحة القصوى للمثلث OBC.

