

حلول امتحان البجروت 472

شتاء 2026

حل أسئلة الامتحان كاملة بخطوات حسابية وتعليقات مفصلة

أجيبوا عن ثلاثة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من كل فصل، وفق تعليمات هذه الدورة.

تتضمن هذه النسخة ورقة كل سؤال، ثم المعطيات والقوانين والتعويض وترتيب الحساب والجواب النهائي. جدول التغير أفقي، والتعويضات موضحة تحته.

يمكن استعمالها مستقلة عن البيئة التفاعلية.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول والتصميم محفوظة. يُسمح بالتنزيل والطباعة للتعلم الشخصي أو الصفي مع إبقاء اسم الموقع. إعادة النشر أو البيع أو إزالة النسبة تحتاج إذنًا خطيًا. حقوق نصوص الأسئلة الأصلية ورسومها لأصحابها.

ورقة الأسئلة عربية رسمية من وزارة التربية والتعليم. الحلول والرسوم التوضيحية أصلية من إعداد mathbagrut.com، وليست حلولاً رسمية للوزارة.

السؤال 1 . معرض الكتاب وتوزيع التبرعات

الأسئلة

أجيبوا عن ثلاثة من الأسئلة 1-5، عن سؤال واحد على الأقل من كل فصل . (لكل سؤال $33\frac{1}{3}$ درجة .)
انتبهوا : إذا أجبتكم عن أكثر من ثلاثة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الثلاث الأولى التي في دفتركم .

الفصل الأول : المتواليات والهندسة في الفراغ والتزايد والتضاؤل

1. استمرّ معرض الكتاب في بلدة معينة 7 أيام .
كمّية الكتب التي بيعت في كلّ يوم في المعرض كانت ضعف كمّية الكتب التي بيعت في اليوم الذي قبله .
معلوم أنّه في ثلاثة الأيام الأولى للمعرض بيع عدد كلّ من الكتب بلغ 420 كتاباً .
أ . جدوا كم كتاباً بيع في اليوم الأوّل للمعرض .
ب . جدوا المجموع الكلّي للمدخلات من بيع الكتب خلال 7 أيام المعرض .
بعد انتهاء معرض الكتاب، قرّر مدير المعرض أن يتبرّع بنصف جميع المدخولات التي حقّقها المعرض .
وُزّع مدير المعرض التبرّع لعدّة أشهر .
في الشهر الأوّل، تبرّع مدير المعرض بـ 4,315 شيكلاً، وفي كلّ شهر بعد ذلك، تبرّع بـ 315 شيكلاً أكثر من الشهر الذي قبله .
جـ . جدوا عدد الأشهر التي وُزّع خلالها مدير المعرض التبرّع .
د . جدوا ما هو المجموع الكلّي للمبلغ المالي الذي تبرّع به مدير المعرض في الشهرين الأوسطين .

/ يتبع في صفحة 3 /

البند أ

جدوا عدد الكتب التي بيعت في اليوم الأوّل .

1 . كتابة حدود الأيام الثلاثة

$$a_1, \quad a_2 = 2a_1, \quad a_3 = 4a_1$$

2 . استعمال المجموع

$$a_1 + 2a_1 + 4a_1 = 420$$

$$7a_1 = 420$$

$$a_1 = 60$$

الجواب النهائي

يبيع في اليوم الأول 60 كتاباً.

البند ب

جدوا مجموع المدخولات خلال أيام المعرض السبعة.

1 . مجموع كتب الأسبوع

$$S_7 = 60 \frac{2^7 - 1}{2 - 1}$$

$$S_7 = 60(128 - 1) = 7620$$

2 . المدخولات

$$R = 7620 \cdot 50 = 381000$$

الجواب النهائي

مجموع المدخولات 381000 شيكل.

البند ج

جدوا عدد الأشهر التي وُزِع خلالها التبرع.

1 . المعطيات وقانون المجموع

$$S_n = \frac{381000}{2} = 190500$$

$$b_1 = 4315, \quad d = 315$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2b_1 + (n-1)d]$$

2 . فتح الأقواس

$$190500 = \frac{n}{2} [8630 + 315n - 315]$$

$$381000 = n(8315 + 315n)$$

$$315n^2 + 8315n - 381000 = 0$$

$$63n^2 + 1663n - 76200 = 0$$

3 . حل المعادلة واختيار الجذر المناسب

$$(n - 24)(63n + 3175) = 0$$

$$n = 24 \quad \text{or} \quad n = -\frac{3175}{63}$$

عدد الأشهر عدد طبيعي موجب؛ لذلك نرفض الجذر السالب.

الجواب النهائي

وزع التبرع خلال 24 شهراً.

البند د

جدوا مجموع التبرع في الشهرين الأوسطين.

1 . حساب الحدين الأوسطين

$$b_{12} = 4315 + 11 \cdot 315 = 4315 + 3465 = 7780$$

$$b_{13} = 4315 + 12 \cdot 315 = 4315 + 3780 = 8095$$

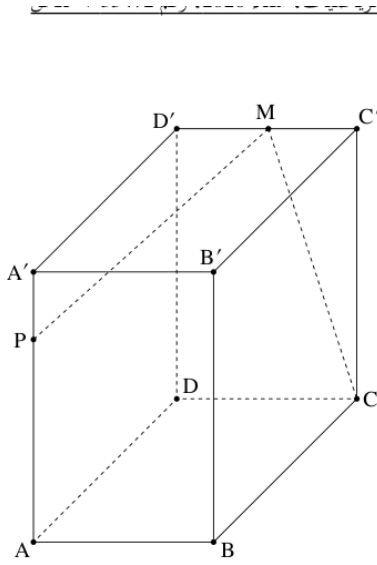
2 . جمع المبلغين

$$b_{12} + b_{13} = 7780 + 8095 = 15875$$

الجواب النهائي

المجموع 15875 شيكلاً.

السؤال 2 . منشور قائم قاعدته متوازي أضلاع



2. في الرسم الذي أمامكم المنشور القائم $ABCD A' B' C' D'$ الذي قاعدته $ABCD$ هي متوازي أضلاع. النقطة M هي منتصف الضلع $C'D'$ ، والنقطة P تُحقّق $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AA'}$.
 نرمز: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$ ، $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ ، $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.
 أ. عبّروا بدلالة $\underline{u}$ و $\underline{v}$ و $\underline{w}$ عن المتجهين $\overrightarrow{CM}$ و $\overrightarrow{PM}$.
 معطى أنّ: $\angle DAB = 60^\circ$ ، $|\underline{v}| = 10$ ، $|\underline{u}| = 8$.
 ب. جدّوا قيمة كلّ واحد من حواصل الضرب السكّالاريّ التالية:
 $\underline{u} \cdot \underline{w}$ ، $\underline{v} \cdot \underline{w}$ ، $\underline{u} \cdot \underline{v}$.
 معطى أنّ: حجم المنشور هو $480\sqrt{3}$.
 ج. جدّوا قيمة $|\underline{w}|$.
 د. برهنوا أنّ $\overrightarrow{PM}$ يعامد $\overrightarrow{CM}$.
 هـ. (1) بيّنوا أنّ $|\overrightarrow{PM}| = \sqrt{165}$.
 (2) احسبوا مساحة المثلث PMC .

/ يتبع في صفحة 4 /

البند أ

عبّروا عن CM و PM بدلالة u و v و w .

1 . المتجه CM

$$\overrightarrow{AC} = \underline{u} + \underline{v}$$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$$

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \vec{w}$$

2 . المتجه PM

$$\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\vec{w}$$

$$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AP}$$

$$\overrightarrow{PM} = \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} - \frac{3}{4}\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v} + \frac{1}{4}\vec{w}$$

الجواب النهائي

$$\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \vec{w}$$

$$\overrightarrow{PM} = \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v} + \frac{1}{4}\vec{w}$$

البند ب

احسبوا $u \cdot v$ و $v \cdot w$ و $u \cdot w$.

1 . ضرب متجهي القاعدة

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 8 \cdot 10 \cos 60^\circ = 80 \cdot \frac{1}{2} = 40$$

2 . استعمال التعامد

w عمود على مستوى القاعدة، ولذلك يعامد كلا المتجهين u و v الموجودين فيها.

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = 0, \quad \vec{u} \cdot \vec{w} = 0$$

الجواب النهائي

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 40, \quad \vec{v} \cdot \vec{w} = 0, \quad \vec{u} \cdot \vec{w} = 0$$

البند ج

جدوا طول w .

1. مساحة القاعدة

$$S_{ABCD} = 8 \cdot 10 \sin 60^\circ$$

$$S_{ABCD} = 80 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3}$$

2. إيجاد الارتفاع من الحجم

$$480\sqrt{3} = 40\sqrt{3} |\vec{w}|$$

$$|\vec{w}| = \frac{480\sqrt{3}}{40\sqrt{3}} = 12$$

الجواب النهائي

$$|\vec{w}| = 12$$

البند د

برهنوا أن PM يعامد CM .

1. حساب الضرب العددي

$$\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{CM} = \left(\frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v} + \frac{1}{4}\vec{w} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\vec{u} + \vec{w} \right)$$

$$= -\frac{1}{4}|\vec{u}|^2 + \frac{1}{2}\vec{u} \cdot \vec{w} - \frac{1}{2}\vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{w} - \frac{1}{8}\vec{w} \cdot \vec{u} + \frac{1}{4}|\vec{w}|^2$$

$$= -\frac{1}{4} \cdot 64 + 0 - \frac{1}{2} \cdot 40 + 0 + 0 + \frac{1}{4} \cdot 144$$

$$= -16 - 20 + 36 = 0$$

2 . الاستنتاج

المتجهان غير صفريين، والضرب العددي صفر؛ إذن هما متعامدان.

الجواب النهائي

$$PM \perp CM$$

البند هـ (1)

يَبْنُوا أَنَّ طَوْلَ PM يساوي $\sqrt{165}$.

1 . توسيع مربع الطول

$$|PM|^2 = \left| \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v} + \frac{1}{4}\vec{w} \right|^2$$

$$|PM|^2 = \frac{1}{4}|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 + \frac{1}{16}|\vec{w}|^2 + \vec{u} \cdot \vec{v} + \frac{1}{4}\vec{u} \cdot \vec{w} + \frac{1}{2}\vec{v} \cdot \vec{w}$$

2 . التعويض

$$|PM|^2 = 16 + 100 + 9 + 40 + 0 + 0 = 165$$

$$|PM| = \sqrt{165}$$

الجواب النهائي

$$PM = \sqrt{165}$$

البند هـ (2)

احسبوا مساحة المثلث PMC .

1 . حساب CM

$$|CM|^2 = \frac{1}{4}|\vec{u}|^2 + |\vec{w}|^2 - \vec{u} \cdot \vec{w}$$

$$|CM|^2 = 16 + 144 = 160$$

$$CM = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

2 . المساحة

$$S_{PMC} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{165} \cdot 4\sqrt{10}$$

$$S_{PMC} = 2\sqrt{1650} = 10\sqrt{66}$$

الجواب النهائي

$$S_{PMC} = 10\sqrt{66}$$

وحدة مربّعة.

السؤال 3 . تبريد مربى التوت والخوخ

3. حضّرت عبير نوعين من المربى - مربى توت ومربى خوخ.
- قاست عبير درجة الحرارة الابتدائية لكل واحد من نوعي المربى في نفس الوقت، وعندما أدخلتهما فوراً إلى الثلاجة.
- قيست درجة حرارة نوعي المربى بدرجات مئوية.
- درجة الحرارة الابتدائية لمربى التوت كانت أعلى من درجة الحرارة الابتدائية لمربى الخوخ.
- في كل دقيقة انخفضت درجة حرارة كل واحد من نوعي المربى بنسبة مئوية ثابتة (كل نوع بنسبة مئوية مختلفة).
- معطى أنه بعد وقت معين منذ لحظة إدخال نوعي المربى إلى الثلاجة، كانت درجة حرارة مربى الخوخ أعلى من درجة حرارة مربى التوت.
- أ. هل النسبة المئوية التي انخفضت بها في كل دقيقة درجة حرارة مربى التوت كانت أكبر من النسبة المئوية التي انخفضت بها في كل دقيقة درجة حرارة مربى الخوخ؟ علّلوا إجابتكم.
- معطى أن درجة الحرارة الابتدائية لمربى التوت كانت 42 درجة، وفي كل دقيقة انخفضت بـ 4%.
- ب. جدوا بعد مرور كم من الوقت منذ لحظة إدخال نوعي المربى إلى الثلاجة، كانت درجة حرارة مربى التوت 15 درجة.
- بعد 6 دقائق منذ لحظة إدخال نوعي المربى إلى الثلاجة، كانت درجة حرارة مربى الخوخ 88% من درجة حرارته الابتدائية.
- ج. جدوا ما هي النسبة المئوية التي انخفضت بها درجة حرارة مربى الخوخ في كل دقيقة.
- بعد 10 دقائق منذ لحظة إدخال نوعي المربى إلى الثلاجة، كانت درجة حرارة مربى الخوخ 31 درجة.
- د. جدوا بعد مرور كم من الوقت منذ لحظة إدخال نوعي المربى إلى الثلاجة، كانت درجة حرارة نوعي المربى متساوية.

/ يتبع في صفحة 5 /

البند أ

هل نسبة انخفاض حرارة التوت أكبر من نسبة انخفاض حرارة الخوخ؟ علّلوا.

1 . برهان من النسبة بين النموذجين

لتكن T_0 و P_0 درجتَي البداية، و q_T و q_P عاملي التبريد. في البداية $T_0 > P_0$.

$$\frac{T(t)}{P(t)} = \frac{T_0}{P_0} \left(\frac{q_T}{q_P} \right)^t$$

كي تصبح هذه النسبة أصغر من 1 بعد أن بدأت أكبر من 1، يجب أن يكون q_T/q_P أصغر من 1.

$$q_T < q_P \implies 100(1 - q_T) > 100(1 - q_P)$$

الجواب النهائي

نعم، نسبة الانخفاض في التوت أكبر.

البند ب

بعد كم من الوقت تصل حرارة التوت إلى 15 درجة؟

1 . نموذج حرارة التوت

$$T(t) = 42(0.96)^t$$

$$42(0.96)^t = 15$$

$$(0.96)^t = \frac{15}{42}$$

2 . حل باللوغاريتم

$$t \ln(0.96) = \ln(15/42)$$

$$t = \frac{\ln(15/42)}{\ln(0.96)}$$

$$t \approx 25.22217323$$

الجواب النهائي

بعد نحو 25.22 دقيقة.

البند ج

جدوا نسبة انخفاض حرارة الخوخ كل دقيقة.

1 . استخراج العامل

$$P(6) = P_0 q_P^6 = 0.88 P_0$$

$$q_P^6 = 0.88$$

$$q_P = \sqrt[6]{0.88}$$

$$q_P \approx 0.9789197983$$

2 . استخراج النسبة

$$p_P = 100(1 - q_P)$$

$$p_P \approx 2.10802017\%$$

نحتفظ بالجذر غير المدور في الحسابات التالية.

الجواب النهائي

نسبة الانخفاض نحو 2.11% في الدقيقة.

البند د

بعد كم من الوقت تتساوى درجتا الحرارة؟

1 . حرارة الخوخ الابتدائية

$$P_0 q_P^{10} = 31$$

$$P_0 = \frac{31}{q_P^{10}}$$

$$P_0 \approx 38.36105774$$

2 . معادلة التساوي

$$42(0.96)^t = P_0 q_P^t$$

$$\left(\frac{0.96}{q_P} \right)^t = \frac{P_0}{42}$$

3 . إيجاد الزمن

$$t = \frac{\ln(P_0/42)}{\ln(0.96/q_P)}$$

$$t \approx 4.64361477$$

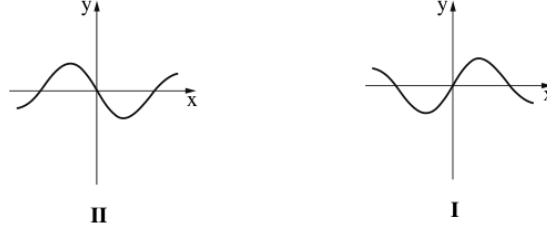
الجواب النهائي

بعد نحو 4.64 دقيقة.

السؤال 4 . دالة زوجية والمساحة تحت مشتقتها

الفصل الثاني: حساب التفاضل والتكامل للدوال الأسية واللوغاريتمية

4. الدالة $f(x)$ ودالة مشتقتها $f'(x)$ معرفتان لكل x .
للدالة $f(x)$ توجد فقط نقطة نهاية صغرى واحدة ونقطتا نهاية عظمى.
أمامكم رسمان بيانيان، II-I. أحد الرسمين البيانيين يصف دالة المشتقة $f'(x)$.
في رسم كل واحد من الرسمين البيانيين II-I تظهر جميع نقاط تقاطع الرسم البياني مع المحور x .



- أ. حدّدوا أيّاً من الرسمين البيانيين يصف دالة المشتقة $f'(x)$. علّلوا تحديدكم.
معطى أنّ: $f(x) = \frac{6x^2}{e^{x^2+2}}$.
ب. جدوا إحداثيات نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحور x .
ج. برهنوا أنّ الدالة $f(x)$ هي زوجية.
د. جدوا إحداثيات النقاط القصوى للدالة $f(x)$ ، وحدّدوا نوع هذه النقاط.
هـ. ارسموا رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $f(x)$.
و. احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البياني لدالة المشتقة $f'(x)$ والمحور x .

/ يتبع في صفحة 6 /

البند أ

أي الرسمين I أم II يصف f' ؟ علّلوا.

1 . مطابقة تغير الإشارات

الرسم I يعطي بالتتابع الإشارات: موجب، سالب، موجب، سالب. عند تقاطعاته الثلاثة نحصل على عظمى، ثم صغرى، ثم عظمى، كما في المعطى. الرسم II يعطي صغريين وعظمى واحدة.

الجواب النهائي

الرسم I هو رسم f' .

البند ب

جدوا نقطة تقاطع f مع محور x .

1 . معادلة التقاطع

$$f(x) = \frac{6x^2}{e^{x^2+2}}$$

$$f(x) = 0 \iff 6x^2 = 0 \iff x = 0$$

$$f(0) = 0$$

الجواب النهائي

$$(0, 0)$$

البند ج

برهنوا أن f زوجية.

1 . تماثل المجال والتعويض

مجال التعريف جميع الأعداد الحقيقية، وهو متماثل حول الصفر.

$$f(-x) = \frac{6(-x)^2}{e^{(-x)^2+2}}$$

$$f(-x) = \frac{6x^2}{e^{x^2+2}} = f(x)$$

الجواب النهائي

إذن f زوجية ورسمها متماثل حول محور y .

البند د

جدوا النقاط القصوى ونوعها.

1 . اشتقاق حاصل الضرب

$$f(x) = 6x^2 e^{-x^2-2}$$

$$f'(x) = 12x e^{-x^2-2} + 6x^2 e^{-x^2-2}(-2x)$$

$$f'(x) = 12x e^{-x^2-2}(1 - x^2)$$

2 . حل معادلة المشتقة

$$x(1 - x^2) = 0$$

$$x = -1, \quad x = 0, \quad x = 1$$

3 . الإشارات والتعويضات

x	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 0)$	0	$(0, 1)$	1	$(1, \infty)$
قيمة فحص	-2	-1	-1/2	0	1/2	1	2
f(x)	+	0	-	0	+	0	-
f(x)	تزايد ↗	عظمى	تناقص ↘	صغرى	تزايد ↗	عظمى	تناقص ↘

الفترة مرتبة من اليسار إلى اليمين؛ نقاط عدم التعريف ليست نقاطاً قصوى.

$$f'(-2) = 72e^{-6} > 0, \quad f'(-1/2) = -\frac{9}{2}e^{-9/4} < 0$$

$$f'(1/2) = \frac{9}{2}e^{-9/4} > 0, \quad f'(2) = -72e^{-6} < 0$$

$$f(\pm 1) = \frac{6}{e^3}, \quad f(0) = 0$$

الجواب النهائي

$$(-1, 6/e^3), (1, 6/e^3)$$

$$(0, 0)$$

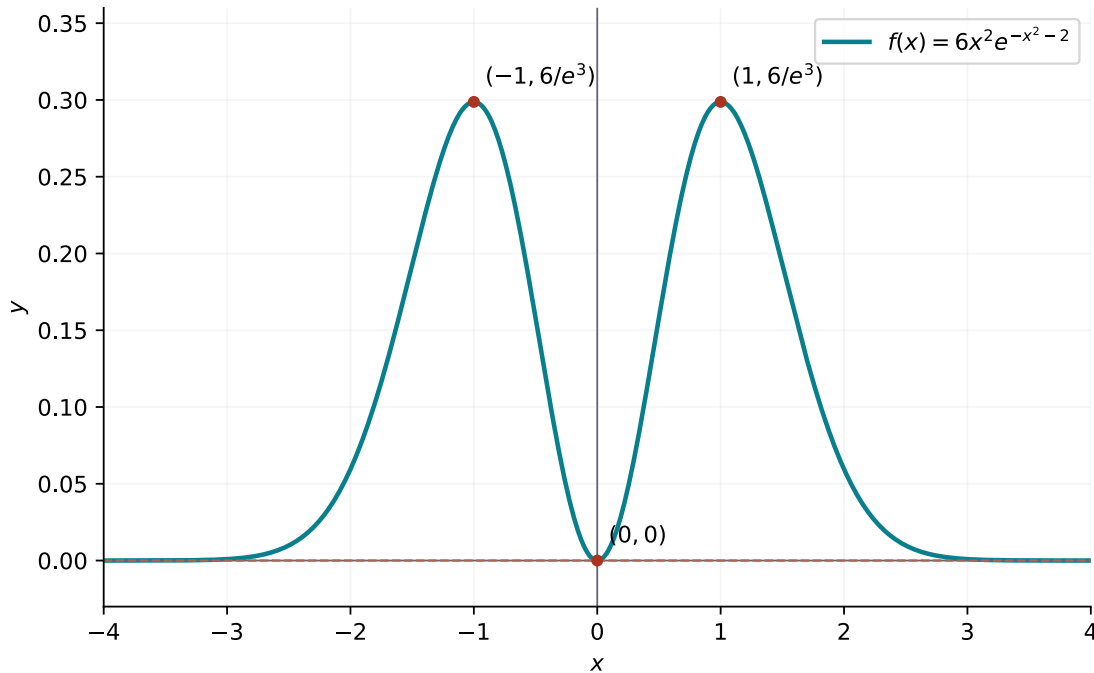
النقاط القصوى الثلاث مطلقة أيضاً؛ f غير سالبة وتميل إلى صفر عند الطرفين.

البند هـ

ارسموا رسماً تقريبياً للدالة f.

1 . الأَطراف والرسم

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 6x^2 e^{-x^2-2} = 0^+$$



الجواب النهائي

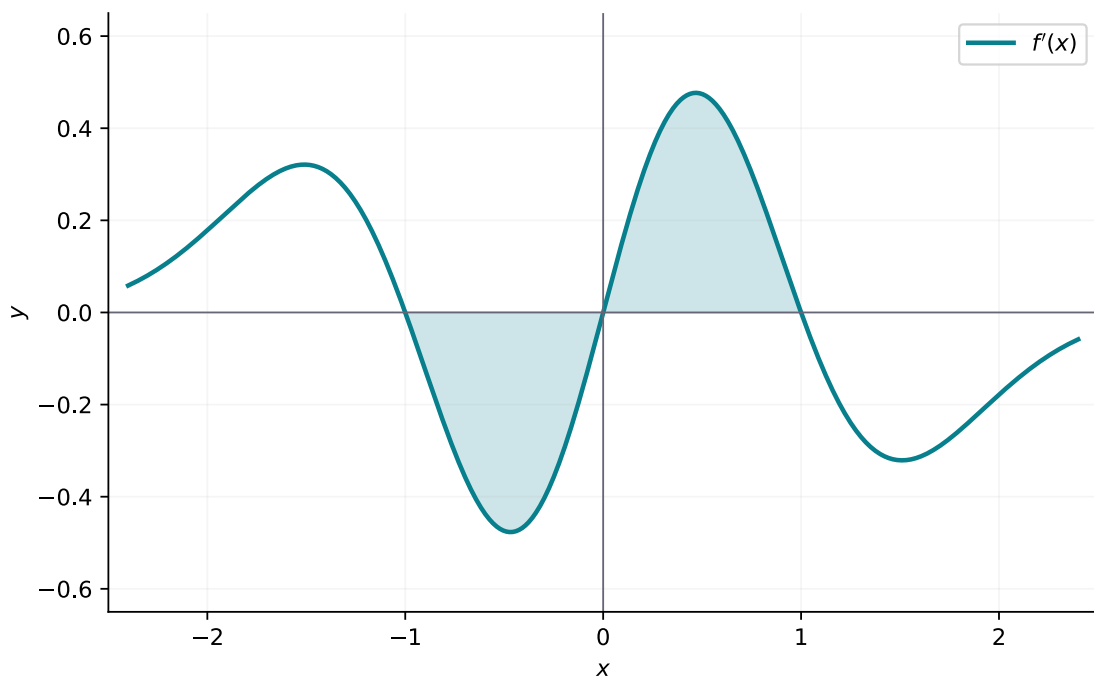
الرسم موضح أعلاه، و $y=0$ خط تقارب أفقي عند الطرفين.

البند و

احسبوا المساحة المحصورة بين رسم f' ومحور x .

1 . فصل منطقي المساحة حسب الإشارة

$$S = - \int_{-1}^0 f'(x) dx + \int_0^1 f'(x) dx$$



2 . استعمال الدالة الأصلية f

$$S = -[f(0) - f(-1)] + [f(1) - f(0)]$$

$$S = -\left(0 - \frac{6}{e^3}\right) + \left(\frac{6}{e^3} - 0\right)$$

$$S = \frac{12}{e^3}$$

الجواب النهائي

$$S = 12/e^3 \approx 0.59744$$

وحدة مربعة.

السؤال 5 . دالة لوغريتمية مع پارامتر

----- رسم -----

5. معطاة الدالة $f(x) = ax \cdot (2 - \ln x)$ ، a هو پارامتر لا يساوي 0 .

أ. (1) جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيات نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحور x .

معطى أنه في النقطة التي فيها $x = e^3$ ، مِثْل المماس للرسم البياني للدالة $f(x)$ هو -8 .
ب. جدوا قيمة a .

عوضوا $a = 4$ في الدالة $f(x)$ ، وأجيبوا عن البندين "ج-د" .

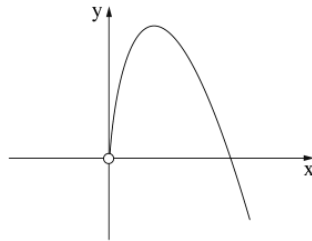
ج. (1) جدوا إحداثيات النقطة القصوى للدالة $f(x)$ ، وحددوا نوع هذه النقطة .

(2) حددوا أيًا من الرسوم البيانية IV-I التي في آخر السؤال يصف الدالة $f(x)$. علّلوا تحديدكم .

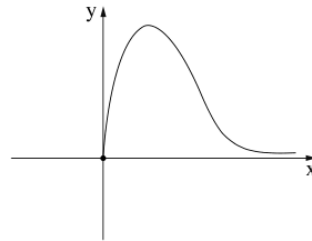
معطاة الدالة $g(x) = -2f(x) + 37$.

د. (1) جدوا إحداثيات النقطة القصوى للدالة $g(x)$ ، وحددوا نوع هذه النقطة .

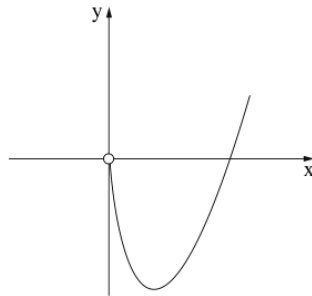
(2) هل الرسم البياني للدالة $f(x)$ يقطع الرسم البياني للدالة $g(x)$ ؟ علّلوا إجابتكم .



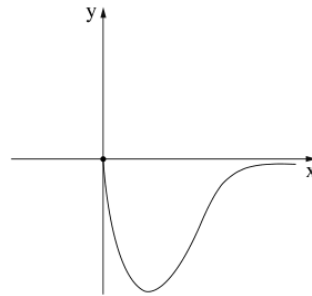
II



I



IV



III

בהצלחה!
נשמתי לכם النجاح!
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.

البند أ (1)

جدوا مجال تعريف $f(x) = ax(2 - \ln x)$.

1 · شرط التعريف

$$x > 0$$

لا يوجد قيد آخر؛ a ثابت غير صفري.

الجواب النهائي

$$D_f = (0, \infty)$$

البند أ (2)

جدوا تقاطع f مع محور x .

1 · حل معادلة الصفر

$$ax(2 - \ln x) = 0$$

$$a \neq 0, x > 0 \implies 2 - \ln x = 0$$

$$\ln x = 2 \implies x = e^2$$

الجواب النهائي

$$(e^2, 0)$$

البند ب

جدوا a من ميل المماس عند $x=e^3$.

1 · المشتقة

$$f'(x) = a(2 - \ln x) + ax \left(-\frac{1}{x} \right)$$

$$f'(x) = a(1 - \ln x)$$

2. استعمال الميل -8

$$f'(e^3) = a(1 - 3) = -8$$

$$-2a = -8$$

$$a = 4$$

الجواب النهائي

$$a = 4$$

البند ج (1)

جدوا النقطة القصوى ونوعها عند $a=4$.

1. إيجاد النقطة المرشحة

$$f'(x) = 4(1 - \ln x)$$

$$f'(x) = 0 \iff \ln x = 1 \iff x = e$$

2. فحص الإشارة والقيمة

x	$(0, e)$	e	(e, ∞)
قيمة فحص	1	e	e^2
$f(x)$	+	0	-
$f(x)$	تزايد ↗	عظمى	تناقص ↘

الفترة مرتبة من اليسار إلى اليمين؛ نقاط عدم التعريف ليست نقاطاً قصوى.

$$f'(1) = 4 > 0, \quad f'(e^2) = -4 < 0$$

$$f(e) = 4e(2 - 1) = 4e$$

الجواب النهائي

$$(e, 4e)$$

نقطة عظمى مطلقة.

البند ج (2)

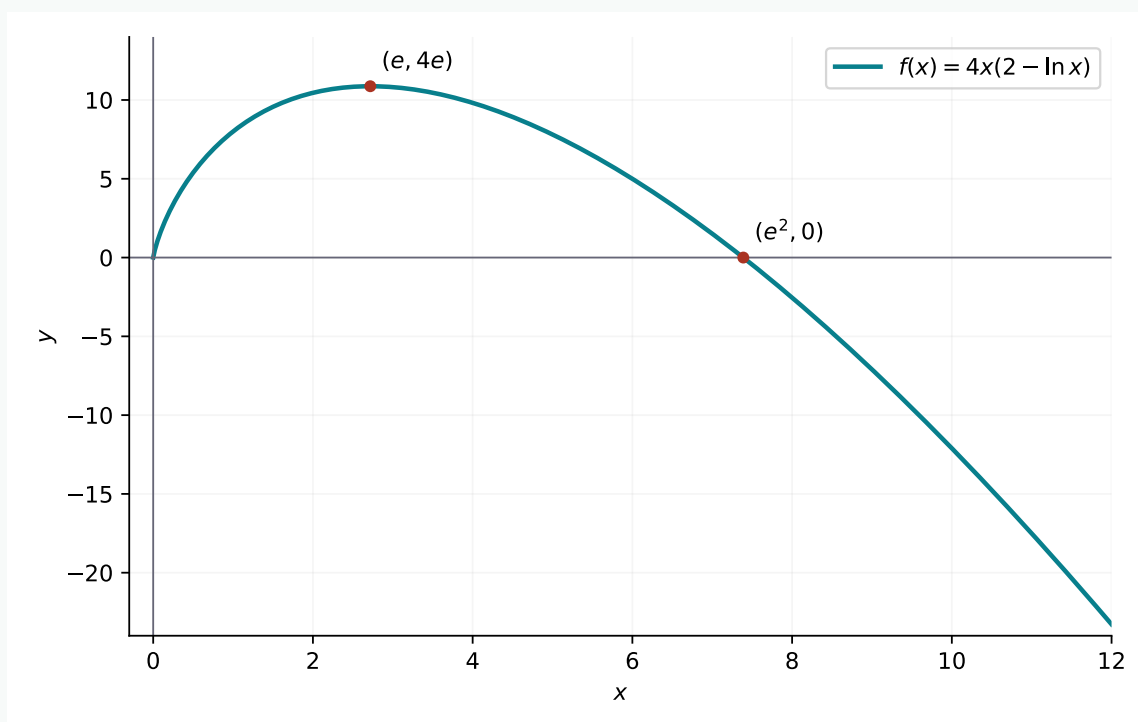
أي الرسوم I-IV يصف f ؟ علّوا.

1. مطابقة الصفات

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 4x(2 - \ln x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 4x(2 - \ln x) = -\infty$$

يوجد ثقب حدودي عند الأصل دون نقطة فعلية، ثم عظمى موجبة، ثم تقاطع عند e^2 وفرع سالب متناقص. هذه صفات الرسم II.



الجواب النهائي

الرسم II.

البند د (1)

جدوا النقطة القصوى لـ $g(x) = -2f(x) + 37$ ونوعها.

1 . تحويل النقطة القصوى

$$g'(x) = -2f'(x)$$

يبقى إحداثي x مساوياً e ، وتتحول عظمى f إلى صغرى g .

$$g(e) = -2(4e) + 37 = 37 - 8e$$

الجواب النهائي

$$(e, 37 - 8e)$$

نقطة صغرى مطلقة.

البند د (2)

هل يتقاطع رسما f و g ؟ عللوا.

1 . شرط التقاطع

$$f(x) = -2f(x) + 37$$

$$3f(x) = 37 \implies f(x) = \frac{37}{3}$$

2 . مقارنة مع أكبر قيمة

$$f(x) \leq 4e \approx 10.8731 < \frac{37}{3} \approx 12.3333$$

القيمة المطلوبة أكبر من أكبر قيمة تبلغها f ، لذلك لا يوجد حل لمعادلة التقاطع.

الجواب النهائي

لا، لا يتقاطع الرسمان.