

حلول امتحان البجروت 35471

شتاء 2026 · النسخة أ

حلول عربية مفصلة، مع فصل الجواب النهائي عن خطوات الحساب.

حلول تعليمية أصلية وليست حلولاً رسمية للوزارة.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com — حقوق الشرح والحلول وتصميم الملف محفوظة. يُسمح بتنزيل نسخة وطباعتها للاستعمال التعليمي الشخصي أو الصفي مع إبقاء اسم الموقع ظاهراً. تُمنع إعادة نشر الحل أو بيعه أو إزالة نسبته دون إذن خطّي من الموقع.

نصوص الأسئلة ورسوم الامتحان من نموذج وزارة التربية والتعليم، وتبقى حقوقها لأصحابها.

السؤال 1 · التوزيع الطبيعي وعلامات القبول

الرياضيات، شتاء 2026، رقم 35471 + ملحق

الأسئلة

أجبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8، عن سؤال واحد على الأقل من كل فصل. (لكل سؤال - 20 درجة).
انتهوا: إذا أجبت عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأول - الإحصاء والاحتمال

1. العلامات في امتحان السيكومتري في سنة معينة توزعت طبيعيًا، وكان معدل العلامات 550. في هذه السنة، تقدّمت ليلي لامتحان السيكومتري. علامة ليلي في الامتحان كانت 686، وعلامتها المعيارية كانت 1.6. أ. جدوا الانحراف المعياري للعلامات في الامتحان. العلامة الحديثة هي أقل علامة يجب الحصول عليها في الامتحان من أجل القبول لقسم جامعي معين. الجدول الذي أمامكم يعرض العلامة الحديثة اللازمة للقبول لقسم الأدب والعلامة الحديثة اللازمة للقبول لقسم علم النفس في جامعة معينة.

قسم علم النفس	قسم الأدب	
669	584	العلامة الحديثة

تقدّمت عبير أيضًا للامتحان في هذه السنة. معطى أن 57.9% من المتقدمين حصلوا على علامة أقل من علامة عبير.

ب. هل بإمكان عبير أن تُقبل لقسم الأدب؟ علّلوا إجابتكم.

ج. (1) جدوا النسبة المئوية للمتقدمين الذين بإمكانهم أن يُقبلوا لقسم علم النفس.

(2) جدوا النسبة المئوية للمتقدمين الذين بإمكانهم أن يُقبلوا لقسم الأدب، لكن ليس.

أ · الانحراف المعياري

نطبق دستور العلامة المعيارية، ثم نزل الانحراف المعياري.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$1.6 = \frac{686 - 550}{\sigma} = \frac{136}{\sigma}$$

$$1.6\sigma = 136 \implies \sigma = \frac{136}{1.6} = 85$$

الجواب النهائي
الانحراف المعياري

$$\sigma = 85$$

ب · قبول عبير للأدب

المساحة الواقعة دون علامة عبير 0.579، وتقابلها العلامة المعيارية 0.20 في جدول التوزيع الطبيعي. نقارن النتيجة مع العتبة.

$$P(X < x_{\text{Abir}}) = 0.579 \implies z = 0.20$$

$$x_{\text{Abir}} = \mu + z\sigma = 550 + 0.20 \cdot 85 = 567$$

الجواب النهائي
لا يمكن قبول عبير للأدب

$$567 < 584 \Rightarrow \text{لبق ت ال}$$

ج(1) . قبول علم النفس

نقرأ من جدول التوزيع الطبيعي النسبة الواقعة دون العلامة المعيارية 1.4، ثم نطرحها من الواحد.

$$z = \frac{669 - 550}{85} = 1.4$$

$$P(Z < 1.4) = 0.919 \Rightarrow P(Z \geq 1.4) = 1 - 0.919 = 0.081 = 8.1\%$$

الجواب النهائي
نسبة الممكن قبولهم في علم النفس

$$8.1\%$$

ج(2) . الأدب دون علم النفس

من يُقبل للأدب دون علم النفس تقع علامته بين حدّي القسمين.

$$z_{\text{lit}} = \frac{584 - 550}{85} = 0.4, \quad z_{\text{psy}} = 1.4$$

$$P(0.4 \leq Z < 1.4) = P(Z < 1.4) - P(Z < 0.4)$$

$$= 0.919 - 0.655 = 0.264 = 26.4\%$$

الجواب النهائي
النسبة المطلوبة

$$26.4\%$$

د . عدد المقبولين في علم النفس

المعطى هو عدد من يقعون بين الحديتين، ولذلك يمثل 26.4% من جميع المتقدمين.

$$0.264N = 8448 \Rightarrow N = \frac{8448}{0.264} = 32000$$

$$N_{\text{psy}} = 0.081 \cdot 32000 = 2592$$

الجواب النهائي
عدد الممكن قبولهم في علم النفس

$$N_{\text{psy}} = 2592$$

السؤال 2 . الارتباط والانحدار في استهلاك الماء

الرياضيات، شتاء 2026، رقم 35471 + ملحق

2. فحص مختص تغذية العلاقة بين درجة الحرارة القصوى في القدس في يوم معين (المتغير x) وبين استهلاك الماء في نفس اليوم (المتغير y)، لدى يوسف الذي يسكن في القدس .
الجدول الذي أمامكم يعرض المعطيات التي نتجت في فحص مختص التغذية في 6 أيام .

درجة الحرارة القصوى (درجات مئوية) المتغير x	استهلاك يوسف للماء (لترات) المتغير y
20	1.6
22	1.7
24	2.4
26	2.7
28	2.9
30	3.1

- أ. (1) جدوا معدّل درجات الحرارة القصوى في 6 الأيام التي فُحصت .
(2) جدوا الانحراف المعياري لدرجة الحرارة القصوى في 6 الأيام التي فُحصت .
حسب مختص التغذية ووجد أنّ معدّل استهلاك يوسف للماء في 6 الأيام التي فُحصت هو 2.4 لتر، والانحراف المعياري لاستهلاك يوسف للماء هو $\frac{7\sqrt{6}}{30}$ لتر .
ب. جدوا معامل الارتباط r بين المتغيرين .
ج. جدوا معادلة مستقيم الانحدار للتنبؤ بـ y حسب x .
ضرب مختص التغذية كلّ واحد من معطيات استهلاك يوسف للماء (المتغير y) في 3 ، من أجل تمثيل استهلاك عائلة يوسف للماء .
د. بالنسبة لكل واحد من المؤشرين I ، II اللذين أمامكم، حدّدوا هل كثرت قيمته أم صغرت أم لم تتغير بعد الضرب . علّلوا تحديديكم .
I. معدّل المتغير y .
II. الانحراف المعياري للمتغير y .
هـ. جدوا ميل مستقيم الانحدار للتنبؤ بـ y حسب x بعد الضرب . علّلوا إجاباتكم .

أ(1) . معدّل الحرارة

نجمع المشاهدات بالتساوي.

$$\bar{x} = \frac{20 + 22 + 24 + 26 + 28 + 30}{6} = \frac{150}{6} = 25$$

الجواب النهائي
معدّل درجة الحرارة

$$\bar{x} = 25$$

أ(2) . الانحراف المعياري للحرارة

نحسب مجموع مربعات الفروق عن المعدّل ونقسم على عدد الأيام.

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{6}}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{(-5)^2 + (-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3^2 + 5^2}{6}}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{70}{6}} = \sqrt{\frac{35}{3}}$$

الجواب النهائي
الانحراف المعياري للحرارة

$$S_x = \sqrt{\frac{35}{3}}$$

ب . معامل الارتباط

إضافة ثابت إلى قيم الماء في النسخ المختلفة لا تغيّر فروقها عن معدّلها. مجموع حواصل ضرب الفروق 11.4.

$$\bar{y} = 2.4, \quad S_y = \frac{7\sqrt{6}}{30}, \quad \sum (x_i - 25)(y_i - 2.4) = 11.4$$

$$\text{Cov}(x, y) = \frac{11.4}{6} = 1.9$$

$$r = \frac{\text{Cov}(x, y)}{S_x S_y} = \frac{1.9}{\sqrt{35/3} (7\sqrt{6}/30)} = \frac{57}{7\sqrt{70}} \approx 0.9734$$

الجواب النهائي
معامل الارتباط

$$r = \frac{57}{7\sqrt{70}} \approx 0.9734$$

ج . مستقيم الانحدار

يتمّ مستقيم الانحدار بالنقطة ذات إحداثيي المعدّلين.

$$m = r \frac{S_y}{S_x} = \frac{\text{Cov}(x, y)}{S_x^2} = \frac{1.9}{35/3} = \frac{57}{350}$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x} = 2.4 - \frac{57}{350} \cdot 25 = \frac{-117}{70}$$

$$\hat{y} = \frac{57}{350}x + \frac{-117}{70}$$

الجواب النهائي
معادلة مستقيم الانحدار

$$\hat{y} = \frac{57}{350}x + \frac{-117}{70}$$

د. أثر الضرب في 3

عند ضرب جميع مشاهدات y بعدد موجب، يُضرب معدّلها وانحرافها المعياري بالعدد نفسه.

$$\bar{y}_{\text{new}} = 3\bar{y} = 3 \cdot 2.4 = 7.2$$

$$S_{y,\text{new}} = 3S_y = 3 \cdot \frac{7\sqrt{6}}{30} = \frac{7\sqrt{6}}{10}$$

الجواب النهائي
كلاهما يكبر ثلاثة أضعاف

$$\bar{y}_{\text{new}} = 7.2, \quad S_{y,\text{new}} = \frac{7\sqrt{6}}{10}$$

هـ. ميل الانحدار بعد الضرب

تضاعف قيم y ثلاث مرات ويبقى x كما هو، فتتضاعف أيضًا تنبؤات الانحدار والميل.

$$m_{\text{new}} = r \frac{S_{y,\text{new}}}{S_x} = r \frac{3S_y}{S_x} = 3m$$

$$m_{\text{new}} = 3 \cdot \frac{57}{350} = \frac{171}{350}$$

الجواب النهائي
الميل الجديد

$$m_{\text{new}} = \frac{171}{350}$$

السؤال 3 • إعادة التدوير والتطوع

الرياضيات، شتاء 2026، رقم 35471 + ملحق

3. في بلدة معينة، يشجعون العائلات على إعادة تدوير الفخاريات الزجاجية والغالب البلاستيكية وغيرها. في هذه البلدة، يشجعون العائلات أيضًا على التطوع في مؤسسات البلدة. في استطلاع للرأي أجري في أوساط جميع العائلات في البلدة، وجد أن قسمًا من العائلات تُعيد التدوير، وبقية العائلات لا تُعيد التدوير. كما أن قسمًا من العائلات في البلدة تتطوع، والبقية لا تتطوع. يختارون بشكل عشوائي عائلة من البلدة. الاحتمال بأن هذه العائلة تُعيد التدوير هو أكبر بـ 0.44 من الاحتمال بأن هذه العائلة لا تُعيد التدوير.
- أ. جدوا النسبة المئوية للعائلات في البلدة، التي تُعيد التدوير. (1)
- ب. جدوا النسبة المئوية للعائلات في البلدة، التي تُعيد التدوير وتتطوع أيضًا. (2)
- ج. عدد العائلات في البلدة، التي تُعيد التدوير وتتطوع أيضًا هو 5 أضعاف عدد العائلات في البلدة، التي لا تُعيد التدوير ولا تتطوع أيضًا.
- د. يختارون بشكل عشوائي عائلة من البلدة. ما هو الاحتمال بأن هذه العائلة تتطوع؟
- هـ. يختارون بشكل عشوائي عائلة من البلدة. ما هو الاحتمال بأن هذه العائلة لا تُعيد التدوير؟
- في هذه البلدة 750 عائلة.
- د. جدوا كم عائلة في البلدة تُعيد التدوير أو تتطوع.

أ(1) • نسبة إعادة التدوير

الحدثان إعادة التدوير وعدمها متكاملان، ومجموع احتماليهما 1.

$$p - (1 - p) = 0.44 \implies 2p = 1 + 0.44$$

$$p = \frac{1 + 0.44}{2} = \frac{18}{25} = 72\%$$

الجواب النهائي
نسبة العائلات التي تعيد التدوير

$$P(R) = \frac{18}{25}$$

أ(2) • إعادة التدوير والتطوع

نستعمل الفرع المناسب في شجرة الاحتمالات.



$$P(R \cap T) = P(R)P(T | R) = \frac{18}{25} \cdot \frac{5}{9} = \frac{2}{5}$$

$$P(R \cap T) = 40\%$$

الجواب النهائي
نسبة العائلات التي تعيد التدوير وتتطوع

$$P(R \cap T) = \frac{2}{5}$$

ب . احتمال التطوع

المعطى يقارن عدد العائلات في خانتين، ولذلك نقارن احتمالي الخانتين بالقسمة نفسها.



$$P(\bar{R} \cap \bar{T}) = \frac{P(R \cap T)}{5} = \frac{\frac{2}{5}}{5} = \frac{2}{25}$$

$$P(\bar{R} \cap T) = P(\bar{R}) - P(\bar{R} \cap \bar{T}) = \frac{7}{25} - \frac{2}{25} = \frac{1}{5}$$

$$P(T) = P(R \cap T) + P(\bar{R} \cap T) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

الجواب النهائي
احتمال التطوع

$$P(T) = \frac{3}{5}$$

ج . عدم التدوير بشرط التطوع

بعد معرفة أن العائلة تتطوع يصبح فضاء الاختيار هو جميع العائلات المتطوعة.

$$P(\bar{R} | T) = \frac{P(\bar{R} \cap T)}{P(T)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{3}$$

الجواب النهائي
الاحتمال المشروط

$$P(\bar{R} | T) = \frac{1}{3}$$

د . عدد العائلات في الاتحاد

كل عائلة تعيد التدوير أو تتطوع، إلا العائلات الموجودة خارج الحدثين.

$$P(R \cup T) = 1 - P(\bar{R} \cap \bar{T}) = 1 - \frac{2}{25} = \frac{23}{25}$$

$$N(R \cup T) = 750 \cdot \frac{23}{25} = 690$$

الجواب النهائي
عدد العائلات

$$N(R \cup T) = 690$$

ب(2) · إحداثيات C

بما أن E إسقاط C على المحور الأفقي فإن إحداثي C الرأسي هو CE.

$$CE = 3 \cdot OB = 3 \cdot 9 = 27$$

$$x_C = x_B + BE = 9 + 36 = 45, \quad y_C = CE = 27$$

الجواب النهائي
إحداثيات C

$$C = (45, 27)$$

ج · معادلة المماس

نحسب ميل نصف القطر MC، ثم نأخذ ميلاً معاكساً مقلوباً للمماس.

$$M = \left(\frac{45}{2}, \frac{39}{2} \right), \quad m_{MC} = \frac{27 - \frac{39}{2}}{45 - \frac{45}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$m_{\text{tan}} = -3$$

$$y - 27 = -3(x - 45) \implies y = -3x + 162$$

الجواب النهائي
معادلة المماس

$$y = -3x + 162$$

د · مساحة ABKC

نعوّض $y=0$ في معادلة المماس. نقسم الشكل إلى مثلثين أو نستخدم مجموع جداءات إحداثيات الرؤوس.

$$0 = -3x_K + 162 \implies x_K = 54$$

$$S_{ABKC} = \frac{1}{2} \left| \sum x_j y_{j+1} - \sum y_j x_{j+1} \right| = 945$$

الجواب النهائي
مساحة الشكل الرباعي

$$S_{ABKC} = 945$$

السؤال 5 • الدالتون في المستوى الإحداثي

جـ. جدوا معادلة المماس.

النقطة K هي نقطة تقاطع المماس مع المحور x.

د. احسبوا مساحة الشكل الرباعي ABKC.

5. في الرسم الذي أمامكم الدالتون ABCD (AB = CB , AD = CD).

الرأس C يقع في الربع الثاني.

الضلع BC يوازي المحور x.

معطى أن: B(0, 6) ، A(-3, 2).

أ. (1) جدوا طول الضلع AB.

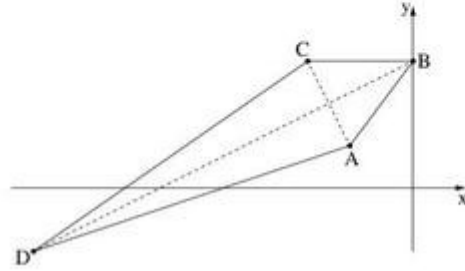
(2) جدوا إحداثيات الرأس C.

ب. جدوا معادلة القطر DB.

معطى أن: معادلة الضلع AD هي $y = \frac{1}{3}x + 3$.

جـ. جدوا إحداثيات الرأس D.

النقطة M هي نقطة التقاء قطري الدالتون.



أ(1) • طول AB

نعوّض الإحداثيات في دستور المسافة.

$$AB = \sqrt{(0 - (-3))^2 + (6 - 2)^2}$$

$$AB = \sqrt{9 + 16} = 5$$

الجواب النهائي
طول AB

$$AB = 5$$

أ(2) • إحداثيات C

لأن AB=CB، فإن المسافة الأفقية من B إلى C تساوي طول AB وباتجاه اليسار.

$$y_C = y_B = 6, \quad |x_C - 0| = BC = AB = 5$$

$$x_C = -5 \implies C = (-5, 6)$$

الجواب النهائي
إحداثيات C

$$C = (-5, 6)$$

ب . معادلة القطر DB

ميل AC سالب 2 في هذه المعطيات، ولذلك ميل BD هو نصف، وهو يمر بالنقطة B.

$$m_{AC} = \frac{6-2}{-5-(-3)} = -2$$

$$m_{BD} = \frac{1}{2}, \quad B = (0, 6) \implies y = \frac{1}{2}x + 6$$

الجواب النهائي
معادلة القطر

$$y = \frac{1}{2}x + 6$$

ج . إحداثيات D

نحل المعادلتين معاً ونجد الإحداثي الرأسي بالتعويض.

$$\frac{1}{2}x + 6 = \frac{1}{3}x + 3$$

$$\frac{1}{6}x = -3 \implies x_D = -18$$

$$y_D = \frac{1}{2}(-18) + 6 = -3$$

الجواب النهائي
إحداثيات D

$$D = (-18, -3)$$

د . قياس الزاوية ADM

الزاوية الحادة بين المستقيمين تساوي فرق زاويتي ميلهما بالنسبة للمحور الأفقي.

$$\tan \theta_{DM} = \frac{1}{2}, \quad \tan \theta_{DA} = \frac{1}{3}$$

$$\angle ADM = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) - \arctan\left(\frac{1}{3}\right) \approx 8.1301^\circ$$

الجواب النهائي
قياس الزاوية

$$\angle ADM \approx 8.1301^\circ$$

هـ . مساحة ADE

إحداثيا E هما معدّلا إحداثي D وC. مساحة المثلث نصف القيمة المطلقة لمحدّد المتجهين من A.

$$E = \left(\frac{-18 + (-5)}{2}, \frac{-3 + 6}{2} \right) = \left(\frac{-23}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

$$S_{ADE} = \frac{1}{2} |(x_D - x_A)(y_E - y_A) - (y_D - y_A)(x_E - x_A)| = \frac{35}{2}$$

الجواب النهائي
مساحة المثلث

$$S_{ADE} = \frac{35}{2}$$

السؤال 6 • الدالة النسبية ومشتقتها

الرياضيات، شتاء 2026، رقم 35471 + ملحق

الفصل الثالث - حساب التفاضل والتكامل للبولينومات
وللدوال النسبية وللدوال الجذر

6. معطاة الدالة $f(x) = \frac{a}{(x-4)^2}$ ، المعرفة في المجال $x \neq 4$.

a هو بارامتر موجب.

معطى أنه في النقطة التي فيها $x = 6$ ، ميل المماس للرسم البياني للدالة $f(x)$ هو -3 .

أ. جدوا قيمة a.

عوضوا $a = 12$ ، وأجيبوا عن البنود ب-هـ.

ب. (1) جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحورين (إذا وجدت مثل هذه النقاط).

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالة $f(x)$.

(3) جدوا مجالات تصاعد وتنازل الدالة $f(x)$.

جـ. ارسموا رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $f(x)$.

مجال تعريف دالة المشتقة $f'(x)$ مطابق لمجال تعريف الدالة $f(x)$.

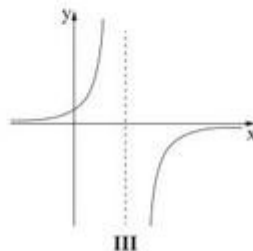
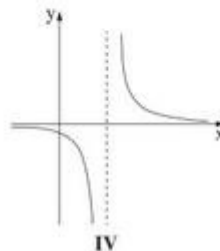
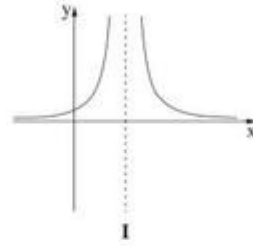
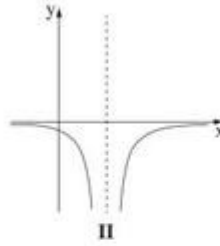
د. (1) حدّدوا أيّاً من الرسوم البيانية IV-I التي في آخر السؤال يصف الرسم البياني لدالة المشتقة $f'(x)$.

(2) احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البياني لدالة المشتقة $f'(x)$ والمستقيم $x = 3$ والمحور x والمحور y .

معطاة الدالة $g(x) = f'(x) + 2$.

هـ. يكّم تزيد المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة $g(x)$ والمستقيم $x = 3$ والمحور x والمحور y ،

عن المساحة التي وجدتموها في البند د (2)؟ علّلوا إجاباتكم.



أ • قيمة البارامتر

المعطى $x = h+2$ ، لذلك مقام المشتقة يساوي 8.

$$f(x) = \frac{a}{(x-4)^2}, \quad f'(x) = \frac{-2a}{(x-4)^3}$$

$$f'(6) = \frac{-2a}{2^3} = -\frac{a}{4} = -3$$

$$a = 12$$

الجواب النهائي
قيمة البارامتر

$$a = 12$$

ب(1) • نقاط التقاطع

البسط موجب وثابت فلا يوجد جذر للدالة.

$$f(0) = \frac{12}{(0-4)^2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{12}{(x-4)^2} = 0 \quad \text{لحل ال}$$

الجواب النهائي
التقاطع مع المحور الرأسي

$$\left(0, \frac{3}{4}\right) \quad \text{طوق}$$

ب(2) • خطوط التقارب

عند $x=h$ ينعدم المقام دون البسط، وعند اللانهاية يتلاشى الكسر.

$$x - 4 = 0 \implies x = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{12}{(x-4)^2} = 0$$

الجواب النهائي
خطا التقارب

$$x = 4, \quad y = 0$$

ب(3) • مجالات التصاعد والتنازل

لأن البسط في المشتقة سالب، تكون المشتقة موجبة يسار خط التقارب وسالبة يمينه.

$$f'(x) = \frac{-24}{(x-4)^3}$$

$$x < 4 : f'(x) > 0, \quad x > 4 : f'(x) < 0$$

الجواب النهائي
مجالات الرتبة

$$\nearrow (-\infty, 4), \quad \searrow (4, \infty)$$

ج . الرسم التقريبي

كلا الفرعين موجبان، يقتربان من المحور الأفقي بعيداً، ويصعدان إلى ما لا نهاية قرب خط التقارب الرأسي.

$$f(x) > 0 \ (x \neq 4), \quad \lim_{x \rightarrow 4^{\pm}} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0^+$$

الجواب النهائي
وصف الرسم

$$x = 4 \text{ ل و ح ن ا ب ج و م ن ا ع ر ف}$$

د(1) . رسم المشتقة

المشتقة موجبة يسار $x=h$ وسالبة يمينه، وتقترب من الصفر عند اللانهاية.

$$f'(x) = \frac{-24}{(x-4)^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f'(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 4^+} f'(x) = -\infty$$

الجواب النهائي
الرسم الصحيح

III

د(2) . المساحة تحت المشتقة

نستعمل الدالة الأصلية f لتكامل f' ، ونعوّض الحدين بوضوح.

$$S = \int_0^3 f'(x) dx = f(3) - f(0)$$

$$S = \frac{12}{(3-4)^2} - \frac{12}{4^2} = \frac{45}{4}$$

الجواب النهائي
المساحة المحصورة

$$S = \frac{45}{4}$$

هـ . زيادة المساحة للدالة g

في هذا المجال f' موجبة وكذلك g ؛ الفرق بين المساحتين هو مساحة مستطيل ارتفاعه 2 وعرضه L .

$$S_g - S_{f'} = \int_0^3 (f'(x) + 2) dx - \int_0^3 f'(x) dx$$
$$= \int_0^3 2 dx = 2 \cdot 3 = 6$$

الجواب النهائي
مقدار الزيادة

$$\Delta S = 6$$

السؤال 7 · دالة الجذر والإزاحة الأفقية

الرياضيات، شتاء 2026، رقم 35471 + ملحق

7. معطاة الدالة $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{7-x}$.

أ. (1) جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحور x .

(3) جدوا إحداثيات جميع النقاط القصوى للدالة $f(x)$ ، وحددوا نوع هذه النقاط.

ب. ارسموا رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $f(x)$.

معطاة الدالة $g(x) = f(x+a)$ ، a هو پارامتر.

معطى أنه توجد للدالة $g(x)$ نقطة نهاية عظمى داخلية في النقطة التي فيها $x = 8.6$.

ج. (1) جدوا قيمة a . عللوا إجابتكم.

(2) ما هو مجال تعريف الدالة $g(x)$ ؟

8. الرسم الذي أمامكم يصف الدالة $f(x) = \frac{6x-12}{x-8}$.

أ. (1) جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالة $f(x)$.

النقطة A هي نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحور x .

أ(1) · مجال التعريف

العامل x^2 معرف دائماً، ويبقى شرط الجذر.

$$7 - x \geq 0 \implies x \leq 7$$

الجواب النهائي
مجال التعريف

$$D_f = (-\infty, 7]$$

أ(2) · الجذور

حاصل الضرب يساوي صفرًا إذا انعدم أحد العاملين.

$$x^2 \sqrt{7-x} = 0$$

$$x^2 = 0 \implies x = 0, \quad 7 - x = 0 \implies x = 7$$

الجواب النهائي
التقاطع مع المحور الأفقي

$$(0, 0), \quad (7, 0)$$

أ(3) · نقاط النهاية القصوى

نشتق بقاعدة الضرب؛ عند $x=\text{bound}$ توجد نهاية طرفية صغرى.

$$f'(x) = 2x\sqrt{7-x} - \frac{x^2}{2\sqrt{7-x}}$$

$$f'(x) = \frac{x(4 \cdot 7 - 5x)}{2\sqrt{7-x}}$$

$$f'(x) = 0 \implies x = 0 \text{ أو } x = \frac{28}{5}$$

$$f\left(\frac{28}{5}\right) = \left(\frac{28}{5}\right)^2 \sqrt{7 - \frac{28}{5}} \approx 37.1057$$

الجواب النهائي
النقاط القصوى

ي دغس ةيف رط $(7, 0)$ ، ي مظع $\left(\frac{28}{5}, 37.1057\right)$ ، ي دغس $(0, 0)$

ب · الرسم التقريبي

الدالة غير سالبة؛ تنخفض قبل الصفر، ترتفع حتى العظمى الداخلية ثم تنخفض إلى طرف المجال.

$$(-\infty, 0) : \searrow, \quad \left(0, \frac{28}{5}\right) : \nearrow, \quad \left(\frac{28}{5}, 7\right) : \searrow$$

$$f(0) = f(7) = 0, \quad f\left(\frac{28}{5}\right) \approx 37.1057$$

الجواب النهائي
وصف الرسم

7 دنع ي هتني و 0 دنع روح مل اس مى

ج(1) · قيمة الإزاحة

نعوض إحداثي العظمى الداخلية الذي حسبناه في البند السابق.

$$8.6 + a = \frac{28}{5}$$

$$a = \frac{28}{5} - 8.6 = -3$$

الجواب النهائي
قيمة البارامتر

$a = -3$

ج(2) · مجال g

نُدخل الإزاحة في شرط الجذر، ثم نعزل x .

$$7 - (x + -3) \geq 0$$

$$x \leq 10$$

الجواب النهائي
مجال التعريف الجديد

$$D_g = (-\infty, 10]$$

السؤال 8 · الدالة النسبية ومحيط المستطيل

الرياضيات، شتاء 2026، رقم 35471 + ملحق

7. معطاة الدالة $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{7-x}$.

أ. (1) جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحور x .

(3) جدوا إحداثيات جميع النقاط القصوى للدالة $f(x)$ ، وحددوا نوع هذه النقاط.

ب. ارسموا رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $f(x)$.

معطاة الدالة $g(x) = f(x+a)$ ، a هو پارامتر.

معطى أنه توجد للدالة $g(x)$ نقطة نهاية عظمى داخلية في النقطة التي فيها $x = 8.6$.

ج. (1) جدوا قيمة a . عللوا إجابتكم.

(2) ما هو مجال تعريف الدالة $g(x)$ ؟

8. الرسم الذي أمامكم يصف الدالة $f(x) = \frac{6x-12}{x-8}$.

أ. (1) جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالة $f(x)$.

النقطة A هي نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحور x .

أ(1) · مجال التعريف

نستبعد القيمة التي تصفر مقام الكسر.

$$x - 8 \neq 0 \implies x \neq 8$$

الجواب النهائي
مجال التعريف

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{8\}$$

أ(2) · خطوط التقارب

نكتب الدالة ثابتاً وكسراً يتلاشى عند اللانهاية.

$$f(x) = \frac{6x-12}{x-8} = 6 + \frac{36}{x-8}$$

$$x = 8, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 6$$

الجواب النهائي
خطا التقارب

$$x = 8, \quad y = 6$$

ب . إحدائيات A

نقطة التقاطع مع المحور الأفقي تحقق $f(x)=0$.

$$6x - 12 = 0 \implies x = 2$$

$$A = (2, 0)$$

الجواب النهائي
نقطة التقاطع

$$A = (2, 0)$$

ج . المحيط بدلالة t

نحسب ضعفي مجموع البعدين بعد التعويض في الدالة.

$$AB = t - 2, \quad BC = f(t) = 6 + \frac{36}{t-8}, \quad t > 8$$

$$P(t) = 2 \left(t - 2 + 6 + \frac{36}{t-8} \right)$$

الجواب النهائي
محيط المستطيل

$$P(t) = 2 \left(t - 2 + 6 + \frac{36}{t-8} \right)$$

د . المحيط الأصغر

المشتقة تتحول من سالبة إلى موجبة حول النقطة الحرجة، ومحيط المستطيل يزداد عند طرفي المجال.

$$P'(t) = 2 \left(1 - \frac{36}{(t-8)^2} \right)$$

$$P'(t) = 0 \implies (t-8)^2 = 36$$

$$t > 8 \implies t = 14$$

$$P_{\min} = 2 \left(14 - 2 + 6 + \frac{36}{14-8} \right) = 48$$

الجواب النهائي
القيمة الصغرى للمحيط

$$t = 14, \quad P_{\min} = 48$$

هـ . هل المحيط المعطى ممكن؟

دالة المحيط متصلة فوق حدّها الأدنى في المجال المطلوب، ولذلك يمكن تحقيق كل قيمة أكبر من ذلك الحد.

$$P_{\min} = 48 < 50$$

$P(t) = 50$ ل $t > 8$ ل ا ج م ل ای ف ل ح ه ل

الجواب النهائي

القرار مع التعليل

50 طى ح مل ا ن و كى ن ا ن ك مى م ع ن