

حلول امتحان البجروت 35471

صيف 2026 · الموعد أ · النسخة أ

حلول عربية مفصلة، مع فصل الجواب النهائي عن خطوات الحساب.

حلول تعليمية أصلية وليست حلولاً رسمية للوزارة.

حقوق النشر والطباعة | mathbagrut.com

© 2026 mathbagrut.com – حقوق الشرح والحلول وتصميم الملف محفوظة. يُسمح بتنزيل نسخة وطباعتها للاستعمال التعليمي الشخصي أو الصفي مع إبقاء اسم الموقع ظاهراً. تُمنع إعادة نشر الحل أو بيعه أو إزالة نسبته دون إذن خطّي من الموقع. نصوص الأسئلة ورسوم الامتحان من نموذج وزارة التربية والتعليم، وتبقى حقوقها لأصحابها.

السؤال 1 • التوزيع الطبيعي لأطوال السيقان

الرياضيات، صيف 2026، رقم 35471 + ملحق

الأسئلة

أجبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8، عن سؤال واحد على الأقل من كل فصل. (لكل سؤال - 20 درجة.)
انتهوا: إذا أجبت عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأول - الإحصاء والاحتمال

1. في مشتل "أشجار وأزهار" يزرعون نباتات من أنواع مختلفة، في سنة معينة، أطوال سيقان النباتات في المشتل تُوزعت طبيعياً، ومعدل أطوال السيقان كان 64 سم.
النباتات التي طول ساقها أقل من 55 سم تُباع لمُتاجر محلية.
معطى أنه في هذه السنة، 32.6% من النباتات في المشتل بيعت لمُتاجر محلية.
أ. جدوا الانحراف المعياري لأطوال السيقان في هذه السنة.
النباتات التي طول ساقها أكبر من 80 سم، تُرسل إلى التصدير.
في هذه السنة، 9,540 من النباتات في المشتل أُرسلت إلى التصدير.
ب. (1) جدوا النسبة المئوية للنباتات في المشتل التي أُرسلت إلى التصدير.
(2) حسب جدول التوزيع الطبيعي، كم نبتة لم تُرسل إلى التصدير ولم تُباع لمُتاجر محلية؟
في السنة التالية، أطوال سيقان النباتات في المشتل تُوزعت طبيعياً، والانحراف المعياري كان 25 سم.
في هذه السنة أيضاً، النباتات التي طول ساقها أقل من 55 سم بيعت لمُتاجر محلية.
في هذه السنة، زرعوا في المشتل عدداً كبيراً من النباتات بلغ 40,000.
4,000 من النباتات بيعت لمُتاجر محلية.
ج. جدوا معدل أطوال سيقان النباتات في هذه السنة.

أ • الانحراف المعياري

بحسب جدول التوزيع الطبيعي تقابل المساحة 0.326 القيمة المعيارية -0.45، ثم نعوض.

$$P(X < 55) = 0.326 \implies z = -0.45$$

$$-0.45 = \frac{55 - 64}{\sigma} = \frac{-9}{\sigma}$$

$$0.45\sigma = 9 \implies \sigma = 20$$

الجواب النهائي
الانحراف المعياري

$$\sigma = 20 \text{ cm}$$

ب(1) • نسبة التصدير

المساحة يمين $z=0.8$ تساوي الواحد ناقص المساحة التراكمية إلى يساره.

$$z = \frac{80 - 64}{20} = 0.8$$

$$P(X > 80) = P(Z > 0.8) = 1 - 0.788 = 0.212 = 21.2\%$$

الجواب النهائي
نسبة النباتات المصدرة

21.2%

ب(2) • عدد النباتات المتبقية

المنطقة المطلوبة بين حدّ البيع المحلي وحدّ التصدير. نستخدم نسب الجدول نفسها في الحساب العددي.

$$0.212N = 9540 \implies N = \frac{9540}{0.212} = 45000$$

$$P(-0.45 \leq Z \leq 0.8) = 0.788 - 0.326 = 0.462$$

$$N_{\text{middle}} = 0.462 \cdot 45000 = 20790$$

الجواب النهائي
عدد النباتات التي لم تُبع محلياً ولم تُصدّر

$N_{\text{middle}} = 20790$

ج • معدّل السنة التالية

العشرة بالمئة الواقعة تحت حد البيع تقابل $z = -1.28$ في الجدول.

$$P(X < \text{حد} \mid \text{عيب}) = \frac{4,000}{40,000} = 0.10 \implies z = -1.28$$

$$-1.28 = \frac{55 - \mu_{\text{new}}}{25}$$

$$-32 = 55 - \mu_{\text{new}} \implies \mu_{\text{new}} = 87$$

الجواب النهائي
معدّل أطوال السيقات في السنة التالية

$\mu_{\text{new}} = 87 \text{ cm}$

السؤال 2 . معامل الارتباط والانحدار بين المصروفات والمدخولات

الرياضيات، صيف 2026، رقم 35471 + ملحق

2. في شركة تسويق، فحصوا العلاقة بين المصروفات على الإعلان (المتغير x) والمدخولات (المتغير y) لـ 5 شركات "أ-هـ" في شهر معين. المعطيات معروضة في الجدول الذي أمامكم.

الشركة	المصروفات على الإعلان (بآلاف الشواكل) المتغير x	المدخولات (بآلاف الشواكل) المتغير y
أ	10	16
ب	15	17
ج	20	20
د	25	34
هـ	30	68

- أ. (1) احسبوا معدّل المصروفات على الإعلان للشركات الـ 5 في هذا الشهر.
(2) احسبوا الانحراف المعياريّ للمصروفات على الإعلان للشركات الـ 5 في هذا الشهر.
وَجَدُوا في شركة التسويق أنّ معدّل مدخولات الشركات الـ 5 في هذا الشهر كان 31 ألف شيكل، وأنّ الانحراف المعياريّ لمدخولاتها كان $8\sqrt{6}$ ألف شيكل.
ب. جدوا مُعامل الارتباط r .
ج. (1) جدوا معادلة مستقيم الانحدار للتنبؤ بـ y حسب x .
(2) حسب مستقيم الانحدار، ما هو التنبؤ بالمدخولات الشهرية في الشركة التي مصروفاتها الشهرية على الإعلان هي 24 ألف شيكل؟
في الشهر التالي، ازدادت مدخولات كلّ واحدة من الشركات بـ 15% (المصروفات على الإعلان لكلّ واحدة من الشركات لم تتغير).
د. أمامكم ثلاثة أقوال I-III،
حدّدوا بالنسبة لكلّ قول، هل هو صحيح أم غير صحيح. علّلوا تحديداتكم.
I. في الشهر الذي ازدادت فيه المدخولات، كان الانحراف المعياريّ للمدخولات $10\sqrt{6}$.
II. في الشهر الذي ازدادت فيه المدخولات، ميّلت مستقيم الانحدار للتنبؤ بـ y حسب x - لم يتغير.
III. النقطة (20, 35.65) تقع على مستقيم الانحدار للتنبؤ بـ y حسب x في الشهر الذي ازدادت فيه المدخولات.

أ(1) . معدّل المصروفات

القيم هي 10 و 15 و 20 و 25 و 30 ألف شيكل.

$$\bar{x} = \frac{10 + 15 + 20 + 25 + 30}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

الجواب النهائي

معدّل المصروفات بآلاف الشواكل

$$\bar{x} = 20$$

أ(2) · الانحراف المعياري

نقسم مجموع مربعات الفروق على 5 ثم نأخذ الجذر.

$$S_x = \sqrt{\frac{(-10)^2 + (-5)^2 + 0^2 + 5^2 + 10^2}{5}}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{250}{5}} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

الجواب النهائي
الانحراف المعياري للمصروفات

$$S_x = 5\sqrt{2}$$

ب · معامل الارتباط

الفروق في y عن المعدل هي نفسها في النسخ الثلاث؛ إذ أضيف ثابت إلى كل قيمة.

$$\bar{y} = 31, \quad S_y = 8\sqrt{6}$$

$$\sum (x_i - 20)(y_i - \bar{y}) = (-10)(-15) + (-5)(-14) + 0(-11) + 5(3) + 10(37) = 605$$

$$\text{Cov}(x, y) = \frac{605}{5} = 121$$

$$r = \frac{121}{(5\sqrt{2})(8\sqrt{6})} = \frac{121}{80\sqrt{3}} \approx 0.8732$$

الجواب النهائي
معامل الارتباط

$$r = \frac{121}{80\sqrt{3}} \approx 0.8732$$

ج(1) · مستقيم الانحدار

يمر المستقيم بالنقطة (20، معدل y).

$$m = \frac{\text{Cov}(x, y)}{S_x^2} = \frac{121}{50} = 2.42$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x} = 31 - 2.42 \cdot 20 = \frac{-87}{5}$$

$$\hat{y} = 2.42x + \left(\frac{-87}{5}\right)$$

الجواب النهائي معادلة الانحدار

$$\hat{y} = 2.42x + \left(\frac{-87}{5}\right)$$

ج(2) . التنبؤ

الوحدات في السؤال بآلاف الشواكل لكل من x و y.

$$\hat{y}(24) = 2.42 \cdot 24 + \left(\frac{-87}{5}\right) = \frac{1017}{25}$$

الجواب النهائي المدخولات المتوقعة بآلاف الشواكل

$$\hat{y}(24) = \frac{1017}{25}$$

د . الأقوال الثلاثة

ضرب جميع المدخولات في عامل موجب يضرب انحراف y وميل الانحدار والقيمة المتوقعة عند x=20 في العامل نفسه.

القول التحديد التعليل

I غير صحيح الانحراف الجديد 9.2 لا يساوي 10

II غير صحيح الميل الجديد 2.783 بدل 2.42

III صحيح عند x=20، التنبؤ الجديد 35.65

$$y_{\text{new}} = 1.15y, \quad S_{y,\text{new}} = 1.15 \cdot 8\sqrt{6} = 9.2\sqrt{6}$$

$$m_{\text{new}} = 1.15 \cdot 2.42 = 2.783$$

$$\hat{y}_{\text{new}}(20) = 1.15 \cdot 31 = 35.65$$

الجواب النهائي تحديد الأقوال

حى: III ، حى: II ، حى: I

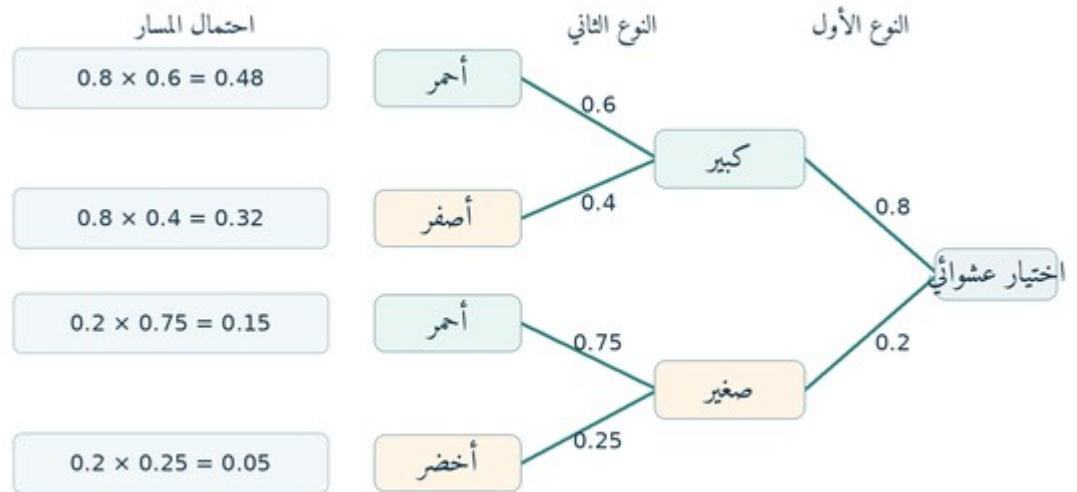
السؤال 3 • شجرة الاحتمالات لثمار الفلفل

الرياضيات، صيف 2026، رقم 35471 + ملحق

3. في مزرعة معينة، يزرعون نوعين من الفلفل: فلفل كبير وفلفل صغير. عدد ثمار الفلفل الكبير هو 4 أضعاف عدد ثمار الفلفل الصغير. يختارون بشكل عشوائي ثمرة فلفل واحدة من بين جميع ثمار الفلفل في المزرعة. أ. ما هو الاحتمال بأن تكون ثمرة الفلفل التي اختيرت هي ثمرة فلفل صغير؟ ثمار الفلفل الكبير في المزرعة هي حمراء أو صفراء، وثمار الفلفل الصغير هي حمراء أو خضراء. 0.6 من ثمار الفلفل الكبير هي حمراء. 0.75 من ثمار الفلفل الصغير هي حمراء. يختارون بشكل عشوائي ثمرة فلفل واحدة من بين جميع ثمار الفلفل في المزرعة. ب. ما هو الاحتمال بأن تكون ثمرة الفلفل التي اختيرت هي ثمرة فلفل كبير صفراء؟ ج. (1) ما هو الاحتمال بأن تكون ثمرة الفلفل التي اختيرت هي ثمرة فلفل حمراء؟ (2) معلوم أنه اختيرت ثمرة فلفل حمراء. ما هو الاحتمال بأن تكون ثمرة الفلفل هذه هي ثمرة فلفل كبير؟ جميع ثمار الفلفل في المزرعة، تُرسل إلى محلّين للتعبئة "أ" و "ب". إلى محلّ التعبئة "أ"، تُرسل جميع ثمار الفلفل الحمراء، وإلى محلّ التعبئة "ب" تُرسل جميع ثمار الفلفل الصفراء وجميع ثمار الفلفل الخضراء. د. هل النسبة المئوية لثمار الفلفل الكبير في محلّ التعبئة "أ" هي أكبر أم أصغر من النسبة المئوية لثمار الفلفل الكبير في محلّ التعبئة "ب"؟ علّلوا إجاباتكم.

أ. احتمال الفلفل الصغير

لكل ثمرة صغيرة أربع ثمار كبيرة؛ من كل خمس ثمار واحدة صغيرة.



$$N_{\text{big}} = 4N_{\text{small}}$$

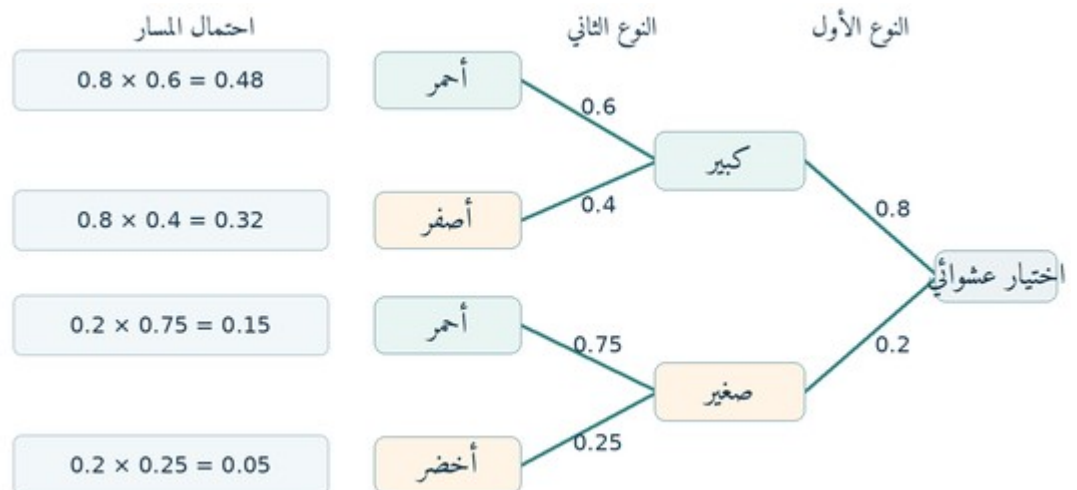
$$P(\text{small}) = \frac{N_{\text{small}}}{4N_{\text{small}} + N_{\text{small}}} = \frac{1}{5}$$

الجواب النهائي
احتمال اختيار ثمرة صغيرة

$$P(\text{small}) = \frac{1}{5}$$

ب. كبير أصفر

احتمال الأصفر بين الكبير هو متمم الأحمر بين الكبير.



$$P(\text{yellow} | \text{big}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

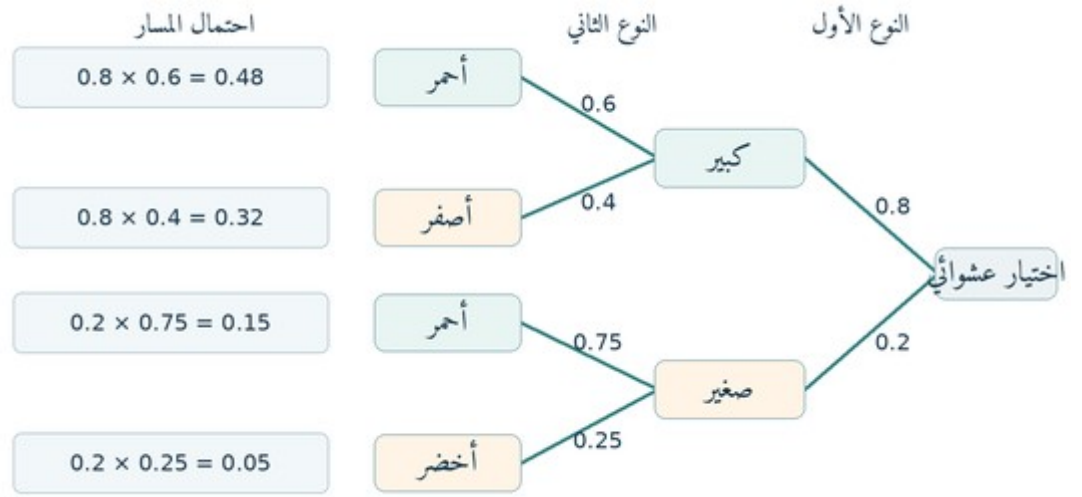
$$P(\text{big} \cap \text{yellow}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{25}$$

الجواب النهائي
احتمال كبير أصفر

$$P(\text{big} \cap \text{yellow}) = \frac{8}{25}$$

ج(1) احتمال الأحمر

حدث الأحمر مؤلف من احتمال كبير أحمر واحتمال صغير أحمر، والفرعان متنافيان.



$$P(\text{red}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}$$

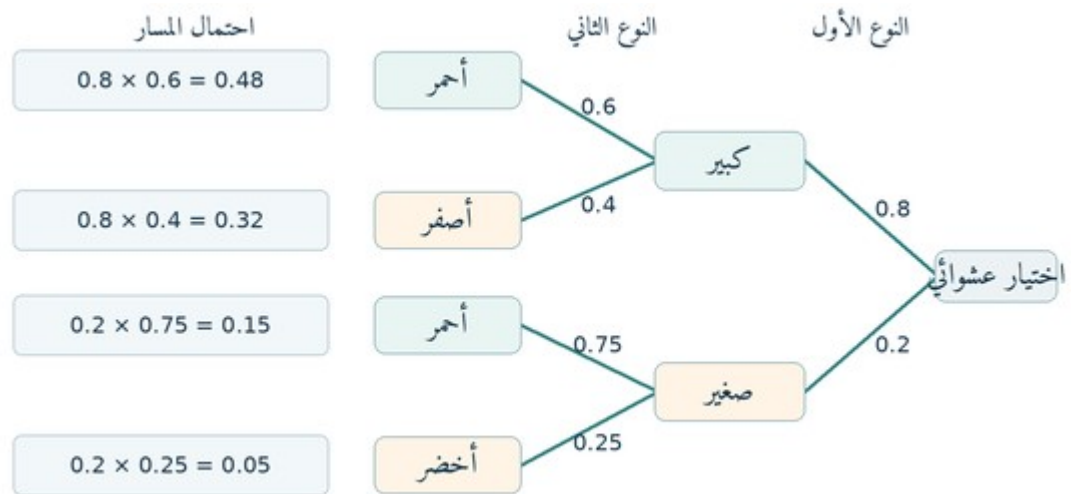
$$P(\text{red}) = \frac{12}{25} + \frac{3}{20} = \frac{63}{100}$$

الجواب النهائي
احتمال الأحمر

$$P(\text{red}) = \frac{63}{100}$$

ج(2) • كبير بشرط الأحمر

نعمل داخل الثمار الحمراء فقط بعد معرفة لون الثمرة المختارة.



$$P(\text{big} | \text{red}) = \frac{P(\text{big} \cap \text{red})}{P(\text{red})}$$

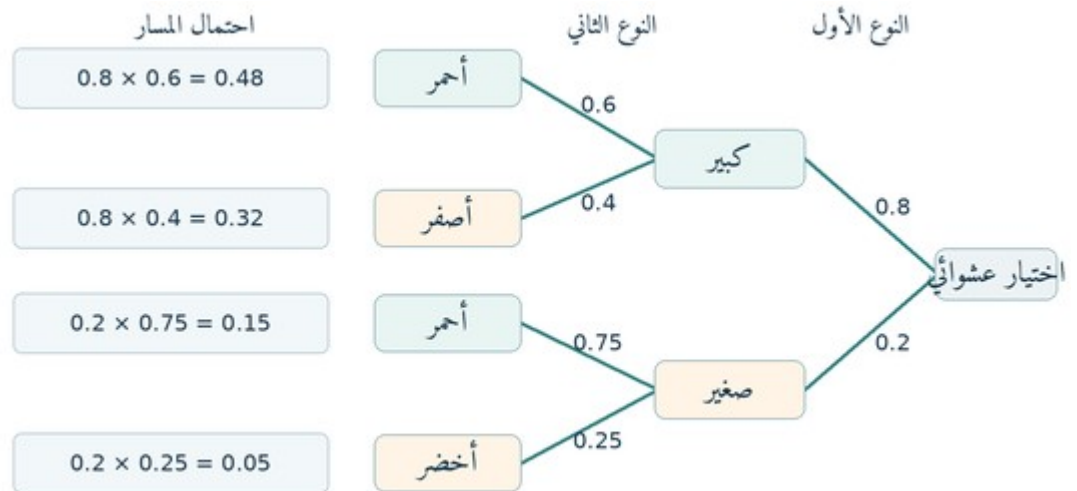
$$= \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{63}{100}} = \frac{16}{21}$$

الجواب النهائي الاحتمال المشروط

$$P(\text{big} \mid \text{red}) = \frac{16}{21}$$

د. مقارنة نسب المحليين

المحل أ يضم الأحمر كله؛ والمحل ب يضم الأصفر والأخضر. نحسب المقامين قبل المقارنة.



$$P(\text{big} \mid A) = \frac{P(\text{big} \cap \text{red})}{P(\text{red})} = \frac{16}{21} \approx 0.7619$$

$$P(\text{big} \mid B) = \frac{P(\text{big} \cap \text{yellow})}{1 - P(\text{red})} = \frac{\frac{8}{25}}{1 - \frac{63}{100}} = \frac{32}{37} \approx 0.8649$$

$$0.7619 < 0.8649$$

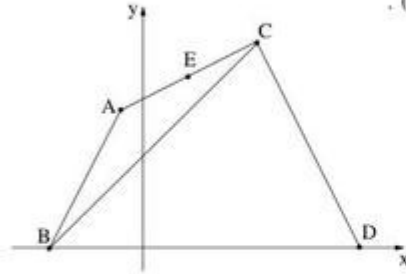
الجواب النهائي المقارنة

رغم أن الحل أ يفيد بديل أ قيسن

السؤال 4 • مثلث متساوي الساقين ومستقيمان متعامدان

الرياضيات، صيف 2026، رقم 35471 + ملحق

الفصل الثاني: الهندسة



4. في الرسم الذي أمامكم المثلث المتساوي الساقين ABC ($AB = AC$).

الرأس B يقع على الجزء السالب للمحور x .

النقطة D تقع على المحور x بحيث CD يعامد AC .

معطى أن النقطة $E(4, 15)$ هي منتصف الضلع AC .

وأن معادلة المستقيم CD هي $y = -2x + 38$.

أ. (1) جدوا معادلة المستقيم AC .

(2) جدوا إحداثيات الرأس C .

ب. (1) جدوا طول الضلع AB .

(2) جدوا إحداثيات الرأس B .

ج. جدوا مقدار الزاوية ABD ومقدار الزاوية CBD .

د. احسبوا مساحة المثلث ABC .

5. في الرسم الذي أمامكم المثلث ABC المحصور في دائرة.

الضلع CR هو قطر الدائرة.

أ(1) • معادلة AC

الميل المعطى CD يساوي -2 ، ولذلك ميل AC يساوي نصف.

$$m_{CD} = -2 \implies m_{AC} = \frac{1}{2}$$

$$y - 15 = \frac{1}{2}(x - 4) \implies y = \frac{1}{2}x + 13$$

الجواب النهائي
معادلة AC

$$y = \frac{1}{2}x + 13$$

أ(2) • إحداثيات C

نساوي العبارتين عن y ثم نعوض.

$$\frac{1}{2}x + 13 = -2x + 38$$

$$\frac{5}{2}x = 25 \implies x_C = 10$$

$$y_C = \frac{1}{2}(10) + 13 = 18$$

الجواب النهائي
إحداثيات C

$$C = (10, 18)$$

ب(1) · طول AB

حسب معادلة المنتصف، $A=2E-C$. ثم $AB=AC$ لأن المثلث متساوي الساقين.

$$A = (2 \cdot 4 - 10, 2 \cdot 15 - 18) = (-2, 12)$$

$$AB = AC = \sqrt{(10 - (-2))^2 + (18 - 12)^2} = 6\sqrt{5}$$

الجواب النهائي
طول الساق

$$AB = 6\sqrt{5}$$

ب(2) · إحداثيات B

المسافة الرأسية من A إلى B تساوي 12، وبالتالي فرق الإحداثيين الأفقيين يساوي 6.

$$(x_B - (-2))^2 + (0 - 12)^2 = (6\sqrt{5})^2 = 180$$

$$(x_B - (-2))^2 = 36 \implies x_B = -2 \pm 6$$

$$x_B < 0 \implies x_B = -8$$

الجواب النهائي
إحداثيات B

$$B = (-8, 0)$$

ج · الزاويتان ABD و CBD

لذلك الزاويتان المطلوبتان زاويتا ميل المستقيمين BA و BC بالنسبة إلى المحور الأفقي.

$$\tan \angle ABD = \frac{12}{-2 - (-8)} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\angle ABD = \arctan(2) \approx 63.4349^\circ$$

$$\tan \angle CBD = \frac{18}{10 - (-8)} = \frac{18}{18} = 1$$

$$\angle CBD = 45^\circ$$

الجواب النهائي
قياس الزاويتين

$$\angle ABD \approx 63.4349^\circ, \quad \angle CBD = 45^\circ$$

د. مساحة ABC

مساحة المثلث نصف القيمة المطلقة لمحدد BA و BC.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |(x_A - x_B)y_C - y_A(x_C - x_B)|$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |6 \cdot 18 - 12 \cdot 18| = 54$$

الجواب النهائي
مساحة المثلث

$$S_{ABC} = 54$$

السؤال 5 • الدائرة والمثلثان المتشابهان

5. في الرسم الذي أمامكم المثلث ABC المحصور في دائرة .
 الضلع CB هو قطر في الدائرة .
 الضلع AB يوازي المحور y .
 امتداد الضلع CB يقطع المحور x في النقطة D .
 عبّر النقطة C ، مرّروا مماساً للدائرة ،
 يقطع المحور x في النقطة F .
 أ. (1) فسّروا لماذا الضلع AC يوازي المحور x .
 (2) برهنوا أنّ $\triangle ABC \sim \triangle CFD$.
 معطى أنّ $D(8, 0)$ ،
 وأنّ معادلة المماس CF هي $y = \frac{4}{3}x + 31$.
 ب. جدوا طول الضلع FD .
 ج. (1) جدوا معادلة الضلع CD .
 (2) جدوا طول الضلع CD .
 معطى أنّ نسبة التشابه بين المثلث ABC والمثلث CFD هي $\frac{8}{25}$.
 د. احسبوا محيط المثلث ABC .

أ(1) • توازي AC للمحور

لأن CB قطر، تكون الزاوية $CAB \sim$ قائمة، فيكون AC عمودياً على AB الموازي لمحور y .

$$\angle CAB = 90^\circ, \quad AB \parallel y$$

$$AC \perp AB \implies AC \parallel x$$

الجواب النهائي
التوازي المطلوب

$$AC \parallel x$$

أ(2) • تشابه ABC و CFD

المماس عند C عمودي على القطر CB الممتد إلى D ، لذلك الزاوية FCD قائمة. كما أنّ AC و FD متوازيان و AB عمودي على FD .

$$\angle CAB = \angle FCD = 90^\circ$$

$$AC \parallel FD, \quad CB \parallel CD \implies \angle ACB = \angle CDF$$

$$\triangle ABC \sim \triangle CFD$$

الجواب النهائي
إثبات التشابه

$$\triangle ABC \sim \triangle CFD$$

ب . طول FD

عند F يكون $y=0$ ، ثم نحسب الفرق بين إحداثي F و D.

$$0 = \frac{4}{3}x_F + 31 \implies x_F = -\frac{3}{4} \cdot 31 = \frac{-93}{4}$$

$$FD = x_D - x_F = 8 - \left(\frac{-93}{4}\right) = \frac{125}{4}$$

الجواب النهائي
طول FD

$$FD = \frac{125}{4}$$

ج(1) . معادلة CD

ميل المماس $\frac{4}{3}$ ، إذن ميل CD سالب $\frac{3}{4}$ ؛ يمر المستقيم بالنقطة D.

$$m_{CF} = \frac{4}{3} \implies m_{CD} = -\frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4}(x - 8) = -\frac{3}{4}x + 6$$

الجواب النهائي
معادلة CD

$$y = -\frac{3}{4}x + 6$$

ج(2) . طول CD

بعد إيجاد C نطبق المسافة بين C و D، أو نسبة أضلاع المثلث القائم 3:4:5.

$$\frac{4}{3}x + 31 = -\frac{3}{4}x + 6$$

$$25x = 9 \cdot 8 - 12 \cdot 31 \implies x_C = -12, y_C = 15$$

$$CD = \sqrt{(8 - (-12))^2 + (15)^2} = 25$$

الجواب النهائي
طول CD

$$CD = 25$$

د . محيط ABC

محيط CFD هو مجموع أضلاع مثلث قائم؛ $CF = \frac{3}{5} FD$ و $CD = \frac{4}{5} FD$.

$$CF = \frac{3}{5} FD = \frac{75}{4}, \quad CD = \frac{4}{5} FD = 25$$

$$P_{CFD} = \frac{125}{4} + \frac{75}{4} + 25 = 75$$

$$P_{ABC} = \frac{8}{25} P_{CFD} = 24$$

الجواب النهائي
محيط ABC

$$P_{ABC} = 24$$

السؤال 6 · الدالة النسبية والقيمة المطلقة

الرياضيات، صيف 2026، رقم 35471 + ملحق

الفصل الثالث - حساب التفاضل والتكامل للبولينومات وللدوال النسبية ولدوال الجذر

6. معطاة الدالة $f(x) = \frac{72-18x}{x^2+9} - 1$ ، المعرّفة لكل x .

أ. جدوا معادلة خط التقارب الموازي للمحور x ، للدالة $f(x)$.

ب. جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحورين.

جـ. (1) جدوا إحداثيات النقاط القصوى للدالة $f(x)$ ، وحددوا نوع هذه النقاط.

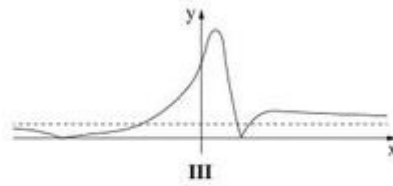
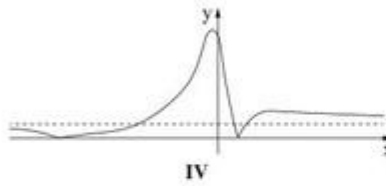
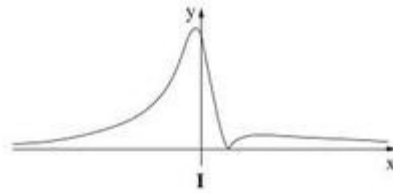
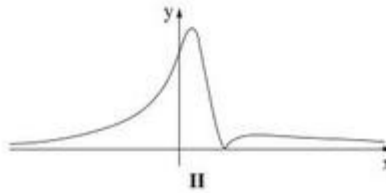
(2) جدوا مجالات تصاعد وتنازل الدالة $f(x)$.

د. ارسموا رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $f(x)$.

معطاة الدالة $g(x) = |f(x)|$ ، المعرّفة لكل x .

هـ. (1) جدوا معادلة خط التقارب الموازي للمحور x ، للدالة $g(x)$.

(2) حددوا أيها من الرسوم البيانية IV-I التي أمامكم يصف الدالة $g(x)$. علّلوا تحديدكم.



أ · التقارب الأفقي

الكسر الأول يقترب من الصفر، ويبقى الحد الثابت -1.

$$f(x) = \frac{72-18x}{x^2+9} - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{72-18x}{x^2+9} = 0 \implies \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -1$$

الجواب النهائي
خط التقارب الأفقي

$$y = -1$$

ب . تقاطع المحورين

المقام موجب لكل x ؛ لذلك نضرب به دون فقد حلول.

$$\frac{72 - 18x}{x^2 + 9} - 1 = 0 \implies 72 - 18x = x^2 + 9$$

$$x^2 + 18x - 63 = (x + 21)(x - 3) = 0$$

$$x = -21 \text{ و } x = 3, \quad f(0) = \frac{72}{9} - 1 = 7$$

الجواب النهائي
نقاط التقاطع

$$(-21, 0), \quad (3, 0), \quad (0, 7)$$

ج(1) . النقاط القصوى

المقام تربيعي موجب، لذا نتحدد الإشارة من العاملين في البسط.

$$f'(x) = \frac{-18(x^2 + 9) - (72 - 18x)(2x)}{(x^2 + 9)^2}$$

$$f'(x) = \frac{18x^2 - 144x - 162}{(x^2 + 9)^2} = \frac{18(x - 9)(x + 1)}{(x^2 + 9)^2}$$

$$f'(x) = 0 \implies x = -1 \text{ و } x = 9$$

$$f(-1) = 8, \quad f(9) = -2$$

الجواب النهائي
النقطتان القصويتان

$$(-1, 8) \text{ ، } (9, -2)$$

ج(2) . الرتبة

إشارة حاصل ضرب $(x+1)(x-9)$ موجبة خارج الجذرين وسالبة بينهما.

$$x < -1 : f'(x) > 0, \quad -1 < x < 9 : f'(x) < 0, \quad x > 9 : f'(x) > 0$$

الجواب النهائي
مجالات التصاعد والتنازل

$\nearrow (-\infty, -1), \searrow (-1, 9), \nearrow (9, \infty)$

د · رسم f التقريبي

يمر الرسم بالجذرين والنقطة (0،7)، يبلغ عظمى عند 1- ثم صغرى عند 9، ويتجه إلى 1- في الطرفين.

$(-21, 0), (-1, 8), (0, 7), (3, 0), (9, -2)$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -1$$

الجواب النهائي
وصف الرسم

هـ الع أ قب ا ت ر ل ا و ط ا ق ن ل ا ق ق ح ي ن ح ن م

هـ (1) · تقارب |f|

عند اللانهاية f تقترب من 1-، وبالتالي قيمتها المطلقة تقترب من 1.

$$g(x) = |f(x)|, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = |-1| = 1$$

الجواب النهائي
خط التقارب الأفقي لـ g

$$y = 1$$

هـ (2) · الرسم المناسب

يلعب g الصفر عند 21- و3، وعظمى 8 عند 1-، وله تقارب $y=1$ ؛ هذه الخصائص تطابق الرسم IV.

$$g(-21) = g(3) = 0, \quad g(-1) = 8, \quad g(9) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = 1$$

الجواب النهائي
اختيار الرسم

IV

السؤال 7 • دالة الجذر ومساحة منحنى المشتقة

الرياضيات، صيف 2026، رقم 35471 + ملحق

7. معطاة الدالة $f(x) = (a - x) \cdot \sqrt{3x - 6}$.

a هو پارامتر.

أ. جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$.

معطى أن النقطة $(5, 9)$ تقع على الرسم البياني للدالة $f(x)$.

ب. جدوا قيمة a .

عوضوا $a = 8$ في الدالة $f(x)$ ، وأجيبوا عن البنود "ج" و "د".

ج. جدوا إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة $f(x)$ مع المحور x .

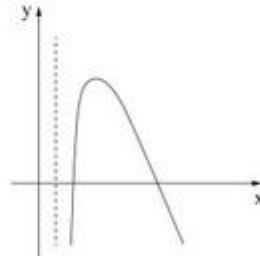
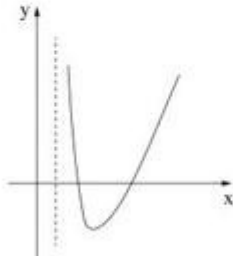
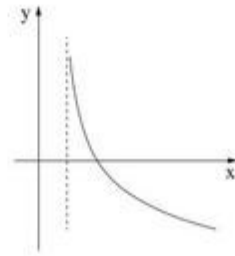
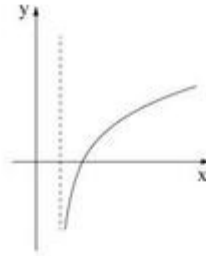
د. جدوا إحداثيات جميع النقاط القصوى للدالة $f(x)$ ، وحددوا نوع هذه النقاط.

هـ. ارسموا رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $f(x)$.

دالة المشتقة $f'(x)$ معرفة في المجال $x > 2$.

و. (1) حددوا أيًا من الرسوم البيانية IV-I التي في آخر السؤال يصف دالة المشتقة $f'(x)$. علّلوا تحديدكم.

(2) احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البياني لدالة المشتقة $f'(x)$ والمحور x والمستقيم $x = 20$.



أ. المجال

الجذر يحدّد المجال، والعامل $a - x$ لا يضيف قيداً.

$$3x - 6 \geq 0 \implies x \geq 2$$

الجواب النهائي
مجال التعريف

$$D_f = [2, \infty)$$

ب . البارامتر a

الجذر عند إحداثي x المعطى يساوي قيمة بسيطة.

$$9 = (a - 5)\sqrt{3 \cdot 5 - 6}$$

$$9 = (a - 5) \cdot 3$$

$$a = 8$$

الجواب النهائي
قيمة البارامتر

$$a = 8$$

ج . الجذور بعد التعويض

طرف المجال يعطي جذراً، والعامل الخطي يعطي الجذر الثاني.

$$(a - x)\sqrt{3x - 6} = 0 \quad (a = 8)$$

$$3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2, \quad 8 - x = 0 \Rightarrow x = 8$$

الجواب النهائي
نقطتا التقاطع مع المحور الأفقي

$$(2, 0), \quad (8, 0)$$

د . النقاط القصوى

المشتقة موجبة من طرف المجال حتى النقطة الداخلية، ثم سالبة بعدها؛ طرف المجال صغرى طرفية.

$$f'(x) = -\sqrt{3x - 6} + \frac{3(8 - x)}{2\sqrt{3x - 6}}$$

$$f'(x) = \frac{3(8 + 2 \cdot 2 - 3x)}{2\sqrt{3x - 6}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{8 + 2 \cdot 2}{3} = 4$$

$$f(4) = (8 - 4)\sqrt{3(4 - 2)} = 4\sqrt{6}$$

الجواب النهائي
النقاط القصوى

$$(2, 0) \text{ و } (4, 4\sqrt{6})$$

هـ . الرسم التقريبي

يبدأ الرسم عند $(h, 0)$ ، يصعد إلى العظمى، يقطع المحور عند a ، ثم يصبح سالباً وينخفض.

$$(2, 4) : \nearrow, \quad (4, \infty) : \searrow$$

$$f(2) = 0, \quad f(8) = 0, \quad f(4) = 9.798$$

الجواب النهائي
وصف الرسم

8 دنع قى ن ا ت روح مل اعطى و 2 دنع أبى

و(1) . الرسم البياني للمشتقة

المشتقة تقترب من موجب ما لا نهاية عند $x=h$ من اليمين، وتقطع المحور عند $x=m$ ، ثم تصبح سالبة وتتناقص؛ الرسم I.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f'(x) = +\infty, \quad f'(4) = 0$$

$$x > 4 \implies f'(x) < 0$$

الجواب النهائي
اختيار الرسم

I

و(2) . المساحة مع محور x

على $[h, m]$ المشتقة موجبة، وعلى $[m, L]$ سالبة. المساحة هي مجموع التكامل الموجب وسالب التكامل الثاني.

$$S = \int_2^4 f'(x) dx - \int_4^{20} f'(x) dx$$

$$S = [f(4) - f(2)] - [f(20) - f(4)]$$

$$f(4) = 4\sqrt{6}, \quad f(20) = -36\sqrt{6}$$

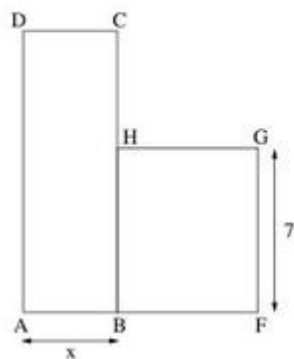
$$S = 2(4\sqrt{6}) - (-36\sqrt{6}) = 44\sqrt{6}$$

الجواب النهائي
المساحة المحصورة

$$S = 44\sqrt{6}$$

السؤال 8 • نسبة مساحتي منطقتي الحديقة

الرياضيات، صيف 2026، رقم 35471 + ملحق



8. الرسم الذي أمامكم يصف حديقة عامة مقسمة إلى منطقتين.

المنطقة ABCD فيها عشب أخضر، والمنطقة BFGH فيها ألعاب للأطفال.

كل واحدة من المنطقتين شكلها مستطيل.

نرمز بـ x إلى طول الضلع AB.

معطى أن طول الضلع GF هو 7 أمتار،

وأن طول الضلع BF أكبر بمترتين من طول الضلع AB.

أحاطوا المنطقة ABCD بجدار طوله 32 مترًا.

أ. (1) عبّروا بدلالة x عن طول الضلع AD.

(2) عبّروا بدلالة x عن مساحة المنطقة ABCD.

ب. عبّروا بدلالة x عن النسبة بين مساحة المنطقة ABCD

ومساحة المنطقة BFGH.

ج. جدوا قيمة x التي بالنسبة لها تكون النسبة بين مساحة المنطقة ABCD ومساحة المنطقة BFGH هي أكبر

ما يمكن.

בהצלחה

נשמתי לכם התנח

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או למססם אלא ברשות משרד החינוך

חقوق الطبع محفوظة לדولة إسرائيل

أ(1) • طول AD

في المستطيل $AB=x$ ، ومحيطه ضعف مجموع الطول والعرض.

$$2(AB + AD) = 32 \implies 2(x + AD) = 32$$

$$x + AD = 16 \implies AD = 16 - x$$

الجواب النهائي
طول AD

$$AD = 16 - x$$

أ(2) • مساحة ABCD

القيم الممكنة تحقق $x > 0$ و $AD > 0$ ، أي $x > 0$ نصف المحيط.

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = x(16 - x)$$

$$0 < x < 16$$

الجواب النهائي
مساحة المنطقة الخضراء

$$S_{ABCD} = x(16 - x)$$

ب . نسبة المساحتين

BF أكبر من AB بمقدار e؛ نكتب المساحتين ثم نقسم.

$$BF = x + 2, \quad S_{BFGH} = 7(x + 2)$$

$$R(x) = \frac{S_{ABCD}}{S_{BFGH}} = \frac{x(16 - x)}{7(x + 2)}$$

الجواب النهائي
نسبة المساحتين

$$R(x) = \frac{x(16 - x)}{7(x + 2)}$$

ج . أكبر نسبة

مقام المشتقة موجب. بسطها يبدأ موجباً ويصبح سالباً عند الجذر الموجب الوحيد في المجال؛ لذا نحصل على عظمى.

$$R'(x) = \frac{(16 - 2x)(x + 2) - x(16 - x)}{7(x + 2)^2}$$

$$R'(x) = \frac{2(16) - x^2 - 4x}{7(x + 2)^2}$$

$$x^2 + 4x - 32 = 0$$

$$x = -2 + \sqrt{4 + 32} = 4$$

$$0 < 4 < 16 \implies R_{\max} = R(4) \approx 1.1429$$

الجواب النهائي
قيمة x التي تعطي أكبر نسبة

$$x = 4$$